DỰ ÁN THE GIFTED BATTLEFIELD
BAN CHUYÊN MÔN

KÌ THI THỬ TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
ĐỢT 1 – NĂM HỌC 2022 – 2023

HƯỚNG DẪN CHẤM
(gồm 03 trang)

Môn thi: TOÁN (Không chuyên)
Ngày thi: 05/03/2023 – 15/03/2023
Thời gian làm bài: 120 phút *(Không kể thời gian phát đề)*

I. HƯỚNG DẪN CHUNG

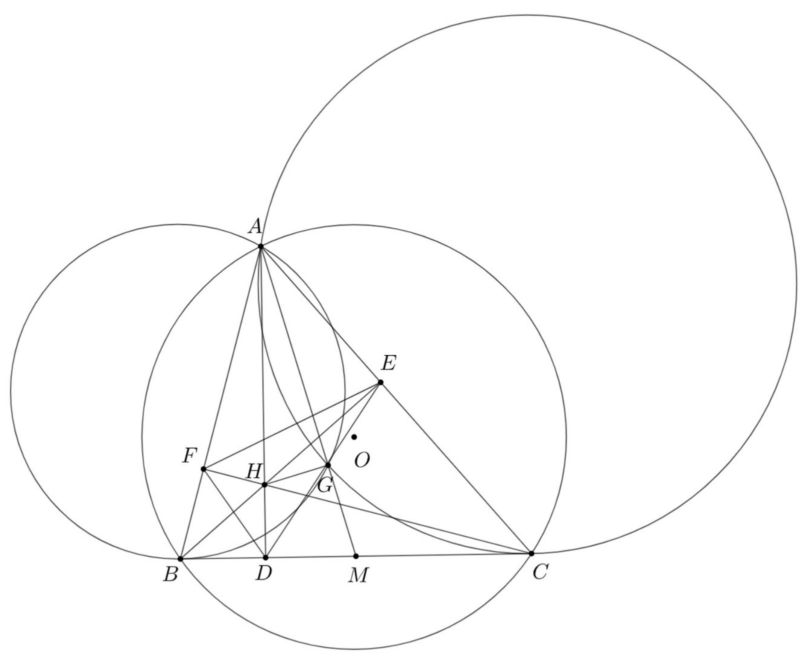
1. Giám khảo chấm đúng theo Hướng dẫn chấm của Dự án The Gifted Battlefield.
2. Nếu thí sinh có cách trả lời khác đáp án nhưng đúng thì giám khảo vẫn chấm điểm theo biểu điểm của Hướng dẫn chấm.
3. Giám khảo không quy tròn điểm thành phần của từng câu, điểm của bài thi.

II. ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

Câu	Ý	Hướng dẫn chấm	Điểm
Bài 1 (1,5 điểm)	a	Rút gọn biểu thức P.	**1,0**
		$P=\left(\dfrac{\sqrt{x}+2}{x-\sqrt{x}+1}-\dfrac{2\sqrt{x}+8}{x\sqrt{x}+1}\right)\cdot\dfrac{x^2-x\sqrt{x}+\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$ $=\dfrac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+1)-2\sqrt{x}-8}{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}\cdot\dfrac{x\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)+(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}+3}$ $=\dfrac{x+3\sqrt{x}-2\sqrt{x}-6}{x\sqrt{x}+1}\cdot\dfrac{(x\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}+3}$ $=(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)\cdot\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$ $=(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-1)$ $=x-3\sqrt{x}+2.$	1,0
	b	Tìm x để $P=12$.	**0,5**
		$P=12\Leftrightarrow x-3\sqrt{x}+2=12\Leftrightarrow x-3\sqrt{x}-10=0$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=5\\ \sqrt{x}=-2\text{ (loại)}\end{array}\right.\Leftrightarrow x=25$ (thỏa mãn điều kiện $x\ge 0$).	0,5
Bài 2 (2,0 điểm)	a	Giải phương trình $(\sqrt{x-2}+x-4)(\sqrt{2x}-\sqrt{x^2-3x+4})=0$.	**1,5**
		Điều kiện xác định của phương trình: $\begin{cases}x-2\ge 0\\ 2x\ge 0\\ x^2-3x+4\ge 0\end{cases}$. Phương trình ban đầu tương đương với $\left[\begin{array}{l}\sqrt{x-2}+x-4=0\\ \sqrt{2x}-\sqrt{x^2-3x+4}=0\end{array}\right.$.	0,25
		Trường hợp 1: $\sqrt{x-2}=4-x\Leftrightarrow\begin{cases}4-x\ge 0\\ x-2=(4-x)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 4\\ x^2-5x+4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 4\\ \left[\begin{array}{l}x=3\text{ (nhận)}\\ x=6\text{ (loại)}\end{array}\right.\end{cases}$	0,5
		Trường hợp 2: $\sqrt{2x}-\sqrt{x^2-3x+4}=0\Rightarrow 2x=x^2-3x+4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\text{ (nhận)}\\ x=1\text{ (loại)}\end{array}\right.$	0,5
		Kết hợp các trường hợp, tập nghiệm của phương trình ban đầu là $S=\{3;4\}$.	0,25
	b	Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.	**0,5**
		Ta có $\Delta=[-(2m-1)]^2-4(m-1)=4m^2-8m+5=4(m-1)^2+1>0$. Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.	0,5

<table>
<tr><td rowspan="9">Bài 3
(2,5 điểm)</td><td rowspan="2">1a</td><td>Chứng minh rằng (P) luôn cắt (d) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):
$$x^2 = mx + 3 \Leftrightarrow x^2 - mx - 3 = 0 \ (1).$$
Phương trình (1) có $\Delta = m^2 + 12 > 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt, hay (P) luôn cắt (d) tại hai điểm phân biệt.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1b</td><td>Tìm tất cả các giá trị của m thỏa mãn $|x_1| + 2|x_2| = 7$.</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td>Áp dụng định lí Vietè cho phương trình (1), ta thu được $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1x_2 = -3 \end{cases}$.
$|x_1| + 2|x_2| = 7 \Leftrightarrow |x_1| + 2 \cdot \left|-\dfrac{3}{x_1}\right| = 7 \Leftrightarrow |x_1| + \dfrac{6}{|x_1|} = 7 \ (2)$
Đặt $t = |x_1| > 0$, phương trình (2) trở thành
$t + \dfrac{6}{t} = 7 \Leftrightarrow t^2 - 7t + 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \ (\text{nhận}) \\ t = 6 \ (\text{nhận}) \end{array}\right.$
Với $t = 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 1 \Rightarrow x_2 = -3 \Rightarrow m = -2 \\ x_1 = -1 \Rightarrow x_2 = 3 \Rightarrow m = 2 \end{array}\right.$
Với $t = 6 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 6 \Rightarrow x_2 = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow m = \dfrac{11}{2} \\ x_1 = -6 \Rightarrow x_2 = \dfrac{1}{2} \Rightarrow m = -\dfrac{11}{2} \end{array}\right.$
Vậy $m \in \left\{\pm 2; \pm\dfrac{11}{2}\right\}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2</td><td>Tính bán kính đường tròn (I) nội tiếp tam giác ABC.</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td>$\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AC^2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{8^2} = \dfrac{1}{10^2} + \dfrac{1}{AC^2} \Rightarrow AC = \dfrac{40}{3}$
$S_{ABC} = \dfrac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{40}{3} \cdot 10 = \dfrac{200}{3}$ (đơn vị diện tích)</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{10^2 + \left(\dfrac{40}{3}\right)^2} = \dfrac{50}{3}$
Đường tròn (I), bán kính r nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với BC, CA, AB lần lượt tại D, E và F. Ta có:
$S_{ABC} = S_{BIC} + S_{CIA} + S_{AIB}$
$\Leftrightarrow S_{ABC} = \dfrac{1}{2}ID \cdot BC + \dfrac{1}{2}IE \cdot AC + \dfrac{1}{2}IF \cdot AB$
$\Leftrightarrow S_{ABC} = \dfrac{1}{2}(AB + BC + CA) \cdot r$
$\Leftrightarrow \dfrac{200}{3} = \dfrac{1}{2} \cdot \left(10 + \dfrac{50}{3} + \dfrac{40}{3}\right) r \Leftrightarrow r = \dfrac{10}{3}.$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Bài 4
(1,0 điểm)</td><td rowspan="2">a</td><td>Tính khoảng cách BC giữa hai người đó tại đơn vị mét (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>Ta có $BC = BH + CH = AH \cdot \cot \widehat{ABC} + AH \cdot \cot \widehat{ACB}$
$= 300(\cot 25^\circ + \cot 27^\circ) \approx 1232{,}135 \ (\text{m})$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">b</td><td>Vận tốc trung bình của máy bay khi đáp xuống là bao nhiêu km/h? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>$AD = \dfrac{AH}{\cos \widehat{HAD}} = \dfrac{300}{\cos 10^\circ} \ (\text{m}) = \dfrac{3}{10 \cos 10^\circ} \ (\text{km})$
Đổi 3 phút $= 0{,}05$ h. Vận tốc trung bình của máy bay khi đáp xuống là:
$v_{\text{tb}} = \dfrac{3}{10 \cos 10^\circ} : 0{,}05 \approx 6{,}093 \ (\text{km/h})$</td><td>0,5</td></tr>
</table>

Bài 5 (3,0 điểm)	a	Chứng minh H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác DEF.	**1,5**
		Tứ giác $AFHE$ có $\widehat{AFH}+\widehat{AEH}=90^\circ+90^\circ=180^\circ$ $\Rightarrow$ tứ giác $AFHE$ nội tiếp đường tròn đường kính $AH \Rightarrow \widehat{HFE}=\widehat{HAE}$ (1).	0,5
		Tứ giác $AFDC$ có $\widehat{ADC}=\widehat{AFC}=90^\circ$ $\Rightarrow$ tứ giác $AFDC$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{HAE}=\widehat{DFH}$ (2).	0,5
		Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{HFE}=\widehat{DFH} \Rightarrow FH$ là tia phân giác của $\widehat{DFE}$. Chứng minh tương tự, ta có EH là tia phân giác của $\widehat{FED}$. Vậy H là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác DEF.	0,5
	b	Chứng minh rằng G thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác HBC và đường tròn đường kính AH.	**1,0**
		Tứ giác $AFHE$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{BAC}+\widehat{BHC}=180^\circ$. Ta có $\widehat{GBC}=\widehat{GAB}$ (cùng chắn $\overset{\frown}{GB}$) và $\widehat{GCB}=\widehat{GAC}$ (cùng chắn $\overset{\frown}{GC}$) $\Rightarrow \widehat{BGC}=180^\circ-\widehat{GBC}-\widehat{GCB}=180^\circ-\widehat{GAB}-\widehat{GAC}=180^\circ-\widehat{BAC}=\widehat{BHC}$ $\Rightarrow$ tứ giác $BHGC$ nội tiếp $\Rightarrow G$ thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác BHC.	0,5
		Tứ giác $BHGC$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{GHC}=\widehat{GBC}=\widehat{FAG}$ $\Rightarrow$ tứ giác $FAGH$ nội tiếp $\Rightarrow$ năm điểm A,F,H,G,E cùng thuộc đường tròn đường kính $AH \Rightarrow G$ thuộc đường tròn đường kính AH.	0,5
	c	Chứng minh rằng HG vuông góc với AM.	**0,5**
		AG cắt BC tại N. $\Delta NBG \sim \Delta NAB$ $(\text{g}-\text{g}) \Rightarrow NB^2=NG\cdot NA$ (3) $\Delta NCG \sim \Delta NAC$ $(\text{g}-\text{g}) \Rightarrow NC^2=NG\cdot NA$ (4) Từ (3) và (4), với chú ý $NB, NC>0$ ta suy ra $NB=NC \Rightarrow N$ trùng với M.	0,25
		Vậy A,G,M thẳng hàng. Lại có G thuộc đường tròn đường kính $AH \Rightarrow \widehat{HGA}=90^\circ \Leftrightarrow HG\perp AM$.	0,25
		Tổng điểm	**10,0**



– HẾT –