DỰ ÁN THE GIFTED BATTLEFIELD
BAN CHUYÊN MÔN TOÁN HỌC
* * *
ĐỀ THI THỬ
(Đề thi gồm 01 trang)

KÌ THI THỬ TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
ĐỢT 1 - NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn thi: TOÁN (chuyên)
Ngày thi: 05/03/2023 - 15/03/2023
Thời gian làm bài: 150 phút (*không kể thời gian phát đề*)

Bài 1. (1.5 điểm)

Cho p, q là hai số nguyên dương lớn hơn 2. Gọi a, b là hai nghiệm thực của phương trình $x^2 + px + 1 = 0$ và c, d là hai nghiệm thực của phương trình $y^2 + qy + 1 = 0$.

Chứng minh rằng $(a-c)(a-d)(b-c)(b-d)$ là một số chính phương.

Bài 2. (2.0 điểm)

Cho phương trình sau với x, y là hai số nguyên:

$$21x^2 + 7(1-x)x(1+x) + 14xy + 7y = 6 \cdot 3^{x-1} + 7x^2y + 7y^2 + 2 \tag{1}$$

a) Chứng minh rằng $7(x+y)(1+3x-x^2-y) = 2(3^x+1)$.

b) Tìm tất cả các bộ số $(x; y)$ nguyên thỏa phương trình (1).

Bài 3. (1.5 điểm)

Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} \sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx} = 6 \\ \dfrac{x^2}{y+z} + \dfrac{y^2}{z+x} + \dfrac{z^2}{x+y} = 3. \end{cases}$$

Bài 4. (2.0 điểm)

Với mỗi số nguyên dương n, định nghĩa tập hợp $A_n = \{1; 2; 3; \ldots; 4n\}$. Số nguyên dương n được gọi là có tính chất "4 *mùa*" khi ta có thể chia tập hợp A_n thành n tập hợp con, mỗi tập hợp con có bốn phần tử a, b, c, d thỏa mãn tính chất $a = \dfrac{b+c+d}{3}$.

Chứng minh rằng n có tính chất "4 *mùa*" khi và chỉ khi n là số chẵn.

Bài 5. (3.0 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), tâm O có đường phân giác trong góc A cắt lại (O) tại D (D khác A). Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, AC. Đường tròn ngoại tiếp tam giác AED cắt AC tại điểm X (X khác A) và cắt đường thẳng qua E song song với AD tại M (M khác E).

a) Chứng minh rằng $CX = AE$.

b) Chứng minh rằng ba điểm M, O, F thẳng hàng.

c) Gọi N là giao điểm thứ hai của đường thẳng EO và đường tròn ngoại tiếp tam giác AFD. Đường thẳng MN cắt đường thẳng EF tại P. Chứng minh rằng $PA = PD$.

— HẾT —

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.