

(Thời gian: 150 phút không kể thời gian phát đề)

**Bài 1:** (1,5 điểm) Cho phương trình  $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 - 3 = 0$  ( $x$  là ẩn,  $m$  là tham số). Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1; x_2$  sao cho  $x_1^2 + 4x_1 + 2x_2 - 2mx_1 = 1$ .

**Bài 2:** (1,5 điểm) Tìm  $m, n$  là các số nguyên dương sao cho  $2^m \cdot 5^n + 25$  là số chính phương.

**Bài 3:** (2 điểm) Với mỗi giá trị thực  $p$ , ta kí hiệu  $R_p$  là dãy số  $(a_n)$  thoả mãn đồng thời các điều kiện sau:

(i)  $a_1 + p \geq 0, a_2 = -p$ .

(ii)  $a_{4n-1} < a_{4n}$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

(iii)  $a_{m+n} \in \{a_m + a_n + p; a_m + a_n + p + 1\}$ , với mọi  $m, n \in \mathbb{N}^*$ .

a) Giả sử rằng  $(a_n)$  là một dãy  $R_0$ . Xác định giá trị của  $a_5$ .

b) Kí hiệu  $S_m$  là tổng  $m$  số hạng đầu tiên của dãy số  $(a_n)$ . Tìm tất cả các giá trị thực của  $p$  sao cho tồn tại dãy số  $R_p$  là  $(a_n)$  thoả mãn  $S_n \geq S_{10}$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**Bài 4:** (3,5 điểm) Cho  $(O)$  cố định có dây cung  $BC$  cố định và  $\angle BOC = 120^\circ$ , điểm  $A$  di động trên cung lớn  $BC$ . Hai tiếp tuyến tại  $B, C$  của  $(O)$  cắt nhau tại  $D$ .  $AD$  cắt  $(O)$  tại điểm thứ hai là  $T$ . Hai tiếp tuyến tại  $A, T$  của  $(O)$  cắt nhau ở  $E$ .  $OE$  cắt  $AT$  tại  $M$ .

a) Chứng minh bốn điểm  $B, C, O, M$  cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh  $MT^2 = MB \cdot MC$ .

c) Chứng minh  $E$  di động trên một đường thẳng cố định.

d) Tìm vị trí của điểm  $A$  trên cung lớn  $BC$  sao cho  $MA + MB + MC$  đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 5:** (1,5 điểm) Có bảng trắng  $4 \times 4$  ô vuông đơn vị. A và B chơi một trò chơi. Ở lượt của A, anh ấy tô đỏ 1 ô vuông đơn vị đang màu trắng thoả ô đó không chung cạnh với ô vuông đơn vị đỏ khác. Ở lượt của B, anh ấy tô xanh 3 ô vuông đơn vị đang màu trắng thoả 3 ô đó tạo thành hình chữ nhật  $1 \times 3$  hoặc  $3 \times 1$ . Người đầu tiên không tô được sẽ thua.

a) Biết rằng A chơi trước, chứng minh rằng A có chiến thuật thắng.

b) Biết rằng B chơi trước, hỏi ai có chiến thuật thắng? Chứng minh.