

Va chạm

Ban chuyên môn Vật lý – The Gifted Battlefield

Xuất bản vào Ngày 31 tháng 10 năm 2021

I. Lời giới thiệu

Khái niệm va chạm trong ngôn ngữ hằng ngày của nhiều người vẫn còn là một khái niệm mơ hồ. Tuy vậy, là những học sinh có kiến thức sâu rộng về vật lý và do đó, chúng ta cần phải có một khái niệm rõ ràng về va chạm. Các va chạm có thể diễn ra ở mức độ từ vi mô như va chạm giữa các tia proton với động năng cực lớn trong các máy gia tốc hạt hay ở mức độ vĩ mô như va chạm giữa các thiên hà. Để làm mọi chuyện rõ ràng hơn, ta hãy đưa ra định nghĩa của việc va chạm:

Va chạm là một sự kiện riêng lẻ trong đó một lực tương đối mạnh tác dụng vào từng vật, trong hai hoặc hơn hai vật va chạm, trong một thời gian tương đối ngắn.

Với định nghĩa trên, ta sẽ nhận thấy rất nhiều trường hợp mà ta tưởng chừng như không xảy ra một tương tác nào thì lại có xảy ra sự va chạm giữa các vật. Ví dụ: Khi một trạm thám sát vũ trụ lại gần một hành tinh lớn, quay quanh nó và rồi lại tiếp tục hành trình của nó với tốc độ tăng thêm, thì đây cũng được gọi là một va chạm. Trạm thám sát và hành tinh không thực sự “va vào nhau” nhưng, va chạm không đòi hỏi phải có tiếp xúc và một lực va chạm không cần phải là một lực tiếp xúc mà có thể đơn thuần chỉ là lực hấp dẫn, như trong trường hợp này.

II. Định luật bảo toàn động lượng

1. Định lý biến thiên động lượng

Theo Định luật II Newton dạng tổng quát, ta có:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Từ đó ta suy ra suy ra:

$$d\vec{p} = \vec{F}.dt \quad (1)$$

Độ biến thiên động lượng bằng xung lượng của tổng các lực tác dụng lên vật

2. Định luật bảo toàn động lượng

Từ (1) ta thấy khi tổng hợp lực tác dụng lên vật bằng 0 hay $\vec{F} = \vec{0}$ thì $d\vec{p} = \vec{0}$ hay $\vec{p} = const$. Hoặc khi lực tương tác là có giá trị khác không những thời gian tương tác rất nhỏ thì $\vec{p} = const$. Khi đó, động lượng của vật hay hệ vật được bảo toàn.

Vậy khi $\Sigma\vec{F} = \vec{0}$ thì: $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots + \vec{p}_n = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots + \vec{p}_n$

3. Bài toán mẫu

Đề bài Hai viên đạn chuyển động trên 2 đường thẳng hợp với nhau 1 góc $\alpha = 60^\circ$, chúng có khối lượng lần lượt là $m_1 = 100g$, $m_2 = 200g$ với các vận tốc $\vec{v}_1 = 200m/s$, $\vec{v}_2 = 250m/s$. Tìm vận tốc của viên đạn 1 sau va chạm, biết sau khi va chạm viên đạn 1 bị mất vận tốc. Tìm vận tốc của mỗi viên đạn 2 sau va chạm.

Giải

Gọi vận tốc sau va chạm của viên đạn 2 là \vec{v}'_2 , góc lệch của \vec{v}'_2 so với trục Ox là θ
Vì va chạm diễn ra trong thời gian rất ngắn nên động lượng của hệ 2 viên đạn được bảo toàn. Ta có:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2 \quad (1)$$

Chúng ta sẽ giải bài toán này bằng cách chiếu (1) lên các trục x và y:

$$\begin{cases} \text{Ox} : m_1v_1 + m_2v_2 \cdot \cos\alpha = m_2 \cdot v'_2 \cdot \cos\theta \\ \text{Oy} : m_2 \cdot v_2 \cdot \sin\alpha = m_2 \cdot v'_2 \cdot \sin\theta \end{cases}$$

Suy ra

$$m_2^2 v_2^2 \cos^2\theta + m_2^2 v_2^2 \sin^2\theta = (m_2 v_2 \cos\alpha + m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2 \sin\alpha)^2$$

Biến đổi:

$$m_2^2 v_2^2 = m_2^2 v_2^2 + m_1^2 v_1^2 + 2m_1 v_1 m_2 v_2 \cos\alpha$$

Giải phương trình suy ra $v'_2 = 350m/s$, $\theta = 38.2^\circ$

Vậy sau va chạm, viên đạn 2 có tốc độ $350m/s$ và hợp với phương chuyển động của viên đạn 1 góc $38,2^\circ$

Chú ý: Khi tổng hợp lực tác dụng lên 1 phương bằng 0 thì động lượng theo phương đó được bảo toàn.

III. Định luật bảo toàn năng lượng

Cũng như động lượng thì trong một hệ kín, sau khi các vật đã va chạm với nhau thì năng lượng vẫn sẽ được bảo toàn. Hay ta có thể viết:

$$\Delta E = 0 \text{ (Với } E \text{ là cơ năng của hệ.)}$$

Nhưng điểm khác biệt giữa 2 kiểu va chạm cơ bản là va chạm đàn hồi và va chạm mềm chính là đại lượng nào được bảo toàn.

Ở trường hợp va chạm đàn hồi thì lúc này, đại lượng được bảo toàn của vật sẽ là động năng. Hay ta có thể viết:

$$\Delta K = 0$$

Ở trường hợp va chạm mềm thì cơ năng vẫn sẽ được bảo toàn, nhưng cơ năng ấy lúc này không phải chỉ là động năng mà có thể bao gồm cả nhiệt năng, nội năng và các dạng năng lượng khác.

III. Va chạm đàn hồi

1. Khái niệm

Va chạm đàn hồi là va chạm mà động năng của hệ mà ta đang xét sẽ giống nhau cả trước và sau va chạm, không có sự biến đổi giữa động năng thành các dạng năng lượng khác như nhiệt năng, nội năng, âm năng, ...

Trong trường hợp vật thể vĩ mô, va chạm hoàn toàn đàn hồi một cách lý tưởng không bao giờ thực sự xảy ra, nhưng có thể coi gần đúng bởi sự tương tác của các vật ở dạng vi mô như giữa các phân tử khí.

2. Va chạm xuyên tâm

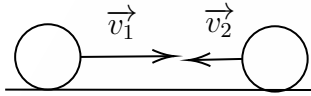
a. Định nghĩa

Va chạm xuyên tâm là va chạm mà giá vectơ vận tốc của các vật trước và sau va chạm đều không đổi và trùng nhau.

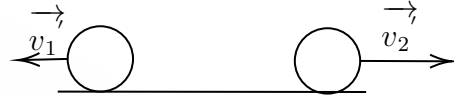
Ví dụ: 2 quả bóng bi da di chuyển với vector vận tốc cùng nằm trên 1 đường thẳng đến va vào nhau, con lắc Newton

b. Bài toán mẫu

2 quả cầu có khối lượng m_1, m_2 chuyển động tới va chạm xuyên tâm nhau với vận tốc lần lượt là \vec{v}_1, \vec{v}_2 tìm vận tốc 2 quả cầu sau va chạm?



Trước va chạm



Sau va chạm

Giải

Trong các va chạm thì việc sử dụng các công thức bảo toàn động lượng và năng lượng sẽ tiện lợi nhất, bởi hầu hết trong các bài toán, ta chỉ quan tâm tới trạng thái đầu và trạng thái cuối của va chạm (vận tốc đầu và cuối của các vật trong hệ) mà không cần xét tới các lực tương tác, gia tốc,....

Xét trường hợp mẫu: 2 chất điểm có khối lượng lần lượt là m_1, m_2 va chạm với nhau. Vận tốc của 2 vật trước và sau va chạm lần lượt là: \vec{v}_1, \vec{v}_2 và \vec{v}_1', \vec{v}_2' (v_1, v_2, v_1', v_2' cùng giá với nhau).

Trong quá trình va chạm, động lượng của hệ luôn bảo toàn:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2'$$

Do các vector vận tốc đều cùng phương cùng giá nên ta có thể bỏ dấu vector:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad (\text{các vận tốc ở đây là giá trị đại số})$$

Vì va chạm là va chạm đàn hồi nên động năng của hệ cũng bảo toàn:

$$m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2$$

Ở đây, giải hệ trên, ta sẽ có một công thức mà chúng ta nên nhớ:

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (1)$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2} \quad (2)$$

Nhận xét: Từ 2 công thức trên, ta sẽ tìm được 1 số hệ quả sau:

+ Nếu khối lượng $m_1 = m_2$ thì sau va chạm, $v_1' = v_2$ và $v_2' = v_1$ hay có thể nói 2 vật đã trao đổi vận tốc cho nhau.

+ Nếu khối lượng $m_1 \gg m_2$ thì sau va chạm, $v'_1 = v_1$ và $v'_2 = 2v_1 - v_2$ (Nếu v_2 ban đầu bằng 0 thì coi như vật 1 sẽ di chuyển với vận tốc như cũ, nhưng vật 2 sẽ bật ra với vận tốc gấp đôi vật 1. Quả là 1 kết quả thú vị đúng không nào?)

+ Nếu khối lượng $m_2 \gg m_1$ thì sau va chạm, $v'_1 = -v_1 + 2v_2$ còn $v'_2 = v_2$. Và cũng tương tự như trên, nếu ban đầu v_1 bằng 0 thì sau va chạm, vật 2 vẫn giữ nguyên vận tốc, nhưng vật 1 sẽ bật ra với vận tốc gấp đôi vật 2

3. Va chạm không xuyên tâm

a. Khái niệm:

Khác với trường hợp trên, va chạm đàn hồi không xuyên tâm chỉ đơn thuần là giá của các vecto vận tốc của vật trước và sau va chạm không cùng nằm trên 1 đường thẳng.

b. Bài toán mẫu

Viên bi chuyển động song song với mặt phẳng ngang và va chạm với 1 mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng α đứng yên sao cho sau khi va chạm, viên bi nảy lên và lại đáp xuống đúng chỗ cũ trên mặt phẳng nghiêng. Biết va chạm là va chạm đàn hồi, tìm tỉ số khối lượng của 2 vật.



Giải

Đầu tiên, ta cần biết, để sau va chạm, viên bi còn vẫn rơi đúng chỗ cũ trên mặt phẳng nghiêng thì vận tốc theo phương x của viên bi sau va chạm phải bằng vận tốc của mặt phẳng nghiêng và bằng v_x

Dùng định luật bảo toàn cơ năng, ta có động năng hệ vẫn bảo toàn:

$$m \cdot \frac{v_0^2}{2} = m \cdot \frac{v_x^2}{2} + m \cdot \frac{v_y^2}{2} + M \cdot \frac{v_x^2}{2}$$

Hay:

$$mv_0^2 = mv_x^2 + mv_y^2 + Mv_x^2 \quad (1)$$

Gọi \vec{J} là xung lượng của phản lực của mặt phẳng nghiêng tác dụng lên viên bi trong thời gian va chạm.

Xét viên bi:

$$\vec{J} = m\vec{v}_x + m\vec{v}_y - m\vec{v}_o$$

Chiếu lên 2 phương thẳng đứng và phương ngang :

$$m(v_o - v_x) = J \sin \alpha$$

$$mv_y = J \cos \alpha$$

Từ đó suy ra được:

$$\frac{v_o - v_x}{v_y} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha \quad (2)$$

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng theo phương x cho hệ viên bi và mặt phẳng nghiêng:

$$mv_o = mv_x + Mv_x \quad (3)$$

Đặt $\frac{m}{M} = k$.

Từ (2), (3), sẽ tính được:

$$v_x = kv_y \tan \alpha \quad (4)$$

$$v_o = v_y \tan \alpha (k + 1) \quad (5)$$

Thế (4) (5) vào (1), ta sẽ tính ra được

$$k = \frac{m}{M} = \cot^2 \alpha - 1$$

IV. Va chạm mềm

1. Khái niệm

Va chạm mềm là loại va chạm có 1 phần động năng được chuyển hóa thành năng lượng biến dạng và nhiệt năng. Sau va chạm 2 vật có cùng vận tốc.

2. Bài toán mẫu

Cho 1 viên bi khối lượng $m_1 = 0.5kg$ chuyển động với vận tốc 20 m/s đến va chạm với viên bi đứng yên khối lượng $m_2 = 0.6kg$

V. Hệ quy chiếu khối tâm

1. Tính chất

Như đã nói ở bài "bảo toàn động lượng", một tính chất cực kì quan trọng của hệ quy chiếu khối tâm mà ta sẽ áp dụng nhiều trong bài này chính là: Nếu xét trong hệ quy chiếu khối tâm của một hệ, thì động lượng của cả hệ đó luôn luôn bằng 0 (suốt cả quá trình va chạm).

Với tính chất trên thì bằng cách chuyển mọi thứ sang hệ quy chiếu khối tâm, các công thức của chúng ta sẽ đơn giản và dễ giải hơn rất nhiều. Và khi đã giải xong thì việc duy nhất chúng ta cần làm là chuyển các đại lượng từ trong hệ quy chiếu khối tâm sang lại hệ quy chiếu phòng thí nghiệm.

2. Bài toán mẫu

Bài 1. Chứng minh lại công thức (1) và (2) ở phần III 2b bằng cách sử dụng hệ quy chiếu khối tâm

Giải

Việc giải quyết bài toán này trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm sẽ yêu cầu việc biến đổi các công thức toán học và do đó có thể xảy ra sai sót. Nhưng nếu chúng ta sử dụng hệ quy chiếu khối tâm, mọi chuyện sẽ dễ dàng hơn. Trước hết, chúng ta cần tính vận tốc v_G của khối tâm trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm:

$$v_G = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (3)$$

Từ đó tính được vận tốc của 2 vật trên trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm

$$v_{1G} = v_1 - v_G = \frac{m_2(v_1 - v_2)}{m_1 + m_2} \quad (4)$$

$$v_{2G} = v_2 - v_G = \frac{m_1(v_2 - v_1)}{m_1 + m_2} \quad (5)$$

Ta thấy, vì khối tâm của hệ chuyển động đều nên xét trong hệ quy chiếu này thì định luật bảo toàn động lượng vẫn đúng. Hay:

$$m_1 v_{1G} + m_2 v_{2G} = m_1 v_{1G'} + m_2 v_{2G'} = 0$$

Từ đó, ta dễ thấy tỉ số vận tốc 2 vật ở trong hệ quy chiếu này là:

$$\frac{v_{1G'}}{v_{2G'}} = \frac{v_{1G}}{v_{2G}} \quad (6)$$

Hãy, tỉ số độ lớn vận tốc của 2 vật trước và sau va chạm là như nhau. Điều đó chứng tỏ rằng độ lớn vận tốc của 2 vật sau va chạm chỉ có thể cùng tăng hoặc cùng giảm so với ban đầu hoặc là giữ nguyên.

Cũng cần để ý rằng vận tốc của khối tâm so với hệ quy chiếu phòng thí nghiệm là chuyển động thẳng đều nên theo nguyên lý tương đối galileo, động năng của hệ cũng phải được bảo toàn trong hệ quy chiếu khối tâm này. Hay:

$$m_1 v_{1G'}^2 + m_2 v_{2G'}^2 = m_1 v_{1G}^2 + m_2 v_{2G}^2 \quad (7)$$

Từ (6) (7), ta dễ nhận ra: độ lớn vận tốc của 2 vật sau va chạm không thể cùng tăng hay cùng giảm mà chỉ có thể giữ nguyên.

Nếu xét về hướng chuyển động, ta thấy: từ (4) và (5), dễ thấy trong hệ quy chiếu khối tâm thì chuyển động của 2 vật là ngược hướng nhau.

Kết hợp giả thuyết trên với (6) thì hướng chuyển động của 2 vật trong hệ quy chiếu khối tâm vẫn phải ngược chiều nhau như ban đầu. Nghĩa là cả 2 vật có thể vẫn giữ nguyên hướng như ban đầu hoặc là cả 2 cùng đi ngược hướng lại so với ban đầu. Mà ta thấy rằng khi xét trong hệ quy chiếu khối tâm thì 2 vật đi ngược chiều nhau, nên sau va chạm, 2 vật không thể nào cũng giữ nguyên hướng so với ban đầu. Do đó, trường hợp duy nhất là 2 vật cùng đổi hướng sau va chạm.

Vậy, trong hệ quy chiếu khối tâm, sau va chạm thì độ lớn vận tốc 2 vật không đổi nhưng hướng thì ngược lại so với ban đầu.

Kết hợp giả thuyết trên với (4) và (5) có:

$$v'_{1G} = -v_{1G} = \frac{m_2(v_2 - v_1)}{m_1 + m_2}$$

và

$$v'_{2G} = -v_{2G} = \frac{m_1(v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$$

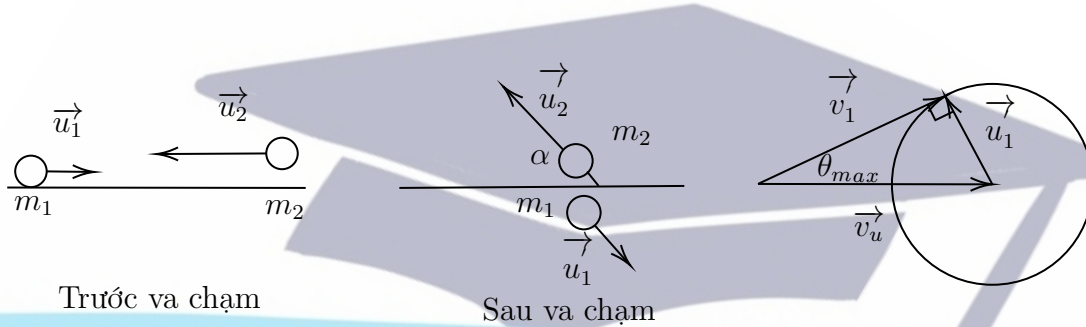
Khi này, ta chỉ cần chuyển các vận tốc trên về lại hệ quy chiếu phòng thí nghiệm:

$$v'_1 = v'_{1G} + v_G = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v'_2 = v'_{2G} + v_G = \frac{(m_2 - m_1)v_1 + 2m_1v_2}{m_1 + m_2}$$

Bài 2. . Hạt khối lượng M va chạm đàn hồi (có thể không xuyên tâm) vào một hạt đứng yên khối lượng m .

- a) Chứng minh rằng trong hệ khối tâm, độ lớn mỗi vật không đổi sau va chạm
 b) Giả sử $M > m$, tìm góc lệch cực đại của M trong hệ phòng thí nghiệm



Giải

Trong hệ quy chiếu gắn với khối tâm của hệ, hai quả cầu tiến lại gần nhau với vận tốc:

$$\vec{u}_1 = \vec{v}_1 - \vec{v}_G = \vec{v}_1 - \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 \vec{v}_1}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{u}_2 = -\frac{m_1 \vec{v}_1}{m_1 + m_2}$$

Đồng thời, $m_1 \vec{u}_1 = -m_2 \vec{u}_2$. Do kết quả của va chạm đàn hồi không xuyên tâm, vận tốc các quả cầu vẫn giữ nguyên độ lớn như cũ và vẫn hướng ngược nhau:

$$u'_1 = u_1; u'_2 = u_2; m_1 \vec{u}'_1 = -m_2 \vec{u}'_2$$

(ở đây u_1, u'_1 là giá trị số học) Tuy nhiên, vectơ vận tốc cuối \vec{u}'_1 của quả cầu thứ nhất quay một góc α đối với vectơ vận tốc ban đầu của nó. Tùy thuộc vào vị trí tương đối của hai quả cầu ở thời điểm va chạm mà góc này có thể thay đổi từ 0 (hai quả cầu chỉ hơi tiếp xúc với nhau) đến 180 độ (va chạm trực diện). Các vị trí khả dĩ của ngọn vectơ \vec{u}'_1 nằm trên vòng tròn bán kính u_1 (hình trên). Vận tốc cuối cùng của quả cầu thứ nhất đối với mặt đất bằng: $\vec{v}'_1 = \vec{u}'_1 + \vec{v}_G$. Góc tạo bởi các vectơ \vec{v}'_1 và \vec{v}_G đạt cực đại khi vectơ \vec{v}'_1 là tiếp tuyến với vòng tròn. Từ đây ta tính được góc θ_{max} cần tìm:

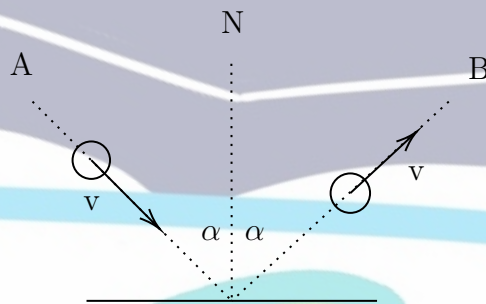
$$\sin \theta_{max} = \frac{u_1}{v_G} = \frac{m_2 v_1}{m_1 + m_2}; \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

Hay:

$$\theta_{max} = \arcsin\left(\frac{m_2}{m_1}\right)$$

V. Bài tập

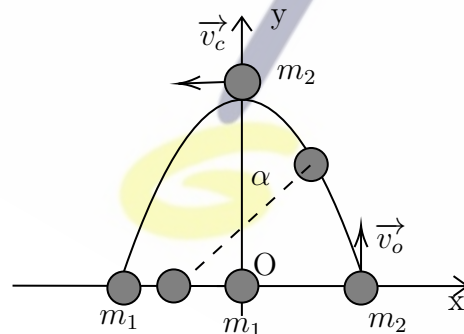
Bài 1. Một quả bóng bay đến đập vào điểm I của mặt phẳng x với tốc độ v theo phương AI làm với pháp tuyến IN của mặt phẳng một góc α . Chứng minh rằng nếu va chạm là hoàn toàn đàn hồi thì quả bóng sẽ bật ra với tốc độ v theo phương IB làm với pháp tuyến IN một góc cũng bằng α (hình dưới). Bỏ qua trọng lực của bóng khi va chạm.



Bài 2. Hai viên bi giống nhau, được nối với nhau bằng một sợi dây nhẹ, không giãn, dài $2l$, đặt trên mặt phẳng nằm ngang nhẵn (hình vẽ). Người ta truyền cho một trong 2 viên bi đó một vận tốc v_0 hướng theo phương thẳng đứng lên trên.

a) Giả sử trong quá trình chuyển động, viên bi dưới không bị nhấc lên khỏi mặt phẳng. Hãy lập phương trình quỹ đạo của viên bi.

b) Tìm điều kiện của v_0 để thỏa mãn điều kiện giả sử trên (tức là trong suốt quá trình chuyển động, sợi dây luôn căng và viên bi dưới không rời mặt phẳng ngang). Bỏ qua lực cản của không khí, có thể thừa nhận rằng viên bi dưới sẽ dễ bị nhấc lên khỏi mặt phẳng ngang nhất khi dây ở vị trí thẳng đứng.



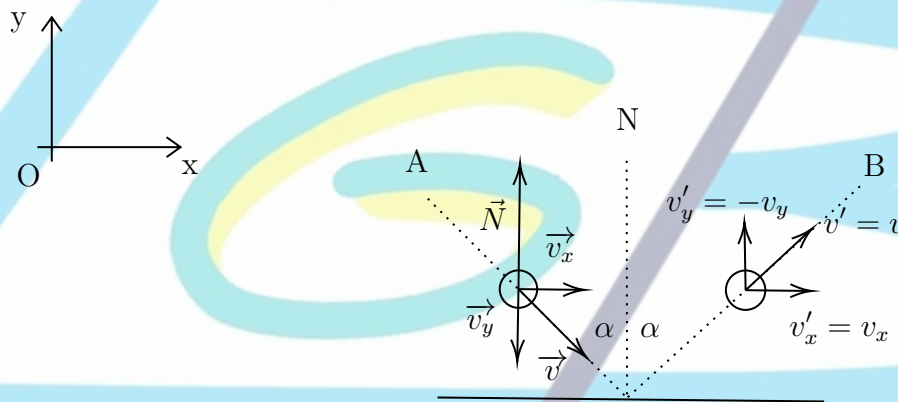
Bài 3. Hai quả cầu khối lượng m_1, m_2 được buộc vào hai sợi dây không khối lượng, dài bằng nhau, và được treo sát bên nhau. Quả cầu 1 được kéo sang một bên tới một điểm có độ dời theo phương thẳng đứng là 20,0 m ở phía trên quả cầu 2. Sau đó, quả cầu 1 được thả ra cho rơi xuống. Nó va chạm đàn hồi trực diện với quả cầu 2 đứng yên. Sau va chạm, người ta thấy cả hai quả cầu đều lên đến cùng 1 độ cao. Bỏ qua mọi ma sát.

- Hãy tìm độ cao này.
- Hai quả cầu lại chuyển động xuống và va chạm vào nhau lần thứ hai. Hãy cho biết điều gì xảy ra sau va chạm này? Nếu quả 2 rời khỏi vị trí va chạm thì tính độ cao tối đa nó đạt được.

VII. Lời giải

Bài 1.

Vẽ hình:



Giải

Chọn trục x và y như hình vẽ. Khi va chạm đàn hồi với mặt phẳng, bóng chịu 1 phản lực pháp tuyến của mặt phẳng. Lực này biến thành phần vận tốc v_y trước va chạm thành v'_y sau va chạm. Áp dụng định lý biến thiên động lượng, ta viết:

$$Oy : N\Delta t = m(v'_y - v_y) \quad (v_y < 0, v'_y > 0)$$

Theo phương x, quả bóng không chịu một lực nào nên thành phần v_x không đổi. Hay:

$$v_x = v'_x \quad (1)$$

Bảo toàn động năng:

$$\frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2) = \frac{1}{2}m(v_x'^2 + v_y'^2) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $v_y'^2 = v_y^2$ hay $v_y' = -v_y$. Trong trường hợp riêng thì $\alpha = 0$, quả bóng đập vuông góc mặt phẳng (va chạm đàn hồi trực diện) thì sau va chạm nó nảy hướng ngược lại với vận tốc như cũ.

Ta cũng có thể thay định luật bảo toàn năng lượng bằng hệ số hồi phục:

$$e = -\frac{v_y'}{v_y} = 1$$

Bài 2.

Giải

Lập phương trình quỹ đạo của viên bi trên:

Vì bỏ qua ma sát nên hợp lực tác dụng lên hệ theo phương ngang bằng 0. Do đó, khối tâm hệ sẽ chỉ di chuyển theo phương thẳng đứng.

Dùng công thức tọa độ khối tâm ta sẽ suy ra được khối tâm của hệ 2 quả cầu cùng khối lượng trên luôn nằm ở vị trí trung điểm 2 quả cầu. Và vì dây luôn căng nên khối tâm đó sẽ nằm ở trung điểm dây. Phương trình chuyển động của viên bi trên:

$$x = l \sin \alpha$$

$$y = 2l \cdot \cos \alpha$$

Từ đó, biến đổi có:

$$\frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{4l^2} = 1 \quad (1)$$

Để thấy phương trình trên có dạng của 1 elip.

b/ Tự suy luận ra lực căng dây sẽ bé nhất khi vật ở đỉnh của quỹ đạo elip ($y=2l$). Tại đây có:

$$T_c = \frac{mv_c^2}{R_c} - mg$$

Dùng định luật bảo toàn năng lượng tìm được v_c . Có phương trình quỹ đạo ở (1) sẽ tìm được bán kính cong của vật ở đỉnh.

Có điều kiện: $T_c \geq 0$

Giải các điều trên sẽ tìm được cận dưới của v_o

Mà để vật dưới luôn chuyển động trên mặt phẳng ngang thì tại đỉnh $T_c \leq mg$. Giải điều kiện trên ta sẽ tìm được cận dưới của v_o

Bài 3.

Giải

a. Sau va chạm hai vật có cùng tốc độ v nhưng ngược chiều (nếu cùng chiều thì sẽ là va chạm mềm).

Bảo toàn động lượng:

$$m_1 \vec{v}_0 = m_2 \vec{v} - m_1 \vec{v}$$

$$m_1 v_0 = m_2 v - m_1 v$$

$$m_1 \sqrt{2gh_0} = (m_2 - m_1) \sqrt{2gh} \quad (1)$$

Bảo toàn năng lượng:

$$(m_1 + m_2)gh = m_1 gh_0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$\begin{cases} m_2 = 3m_1 \\ h = \frac{h_0}{4} \end{cases}$$

b. Bảo toàn động lượng:

$$mv_1 + 3mv_2 = mv - 3mv = 2mv$$

$$\Rightarrow v_1 + 3v_2 = 2v \quad (3)$$

Bảo toàn năng lượng:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}3mv_2^2 = \frac{1}{2}(m + 3m)v^2$$

Suy ra:

$$v_1^2 + 3v_2^2 = 4v^2 \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra: $v_2(v_2 - v_1) = 0$

Vậy: $v_1 = v_2$ (loại) hoặc $v_2 = 0$ (chọn)