

Công của các lực, động năng, thế năng và cơ năng

Ban chuyên môn Vật lý – The Gifted Battlefield

Xuất bản vào Ngày 31 tháng 10 năm 2021

Lời mở đầu

Tiếp nối bài 3 định luật Newton, từ các khái niệm lực, gia tốc, vận tốc, chuyển động, nay ta sẽ đến với một khái niệm mới liên quan đến chuyển động của các chất điểm đó là công và năng lượng của chất điểm trong quá trình chuyển động.

I. Công

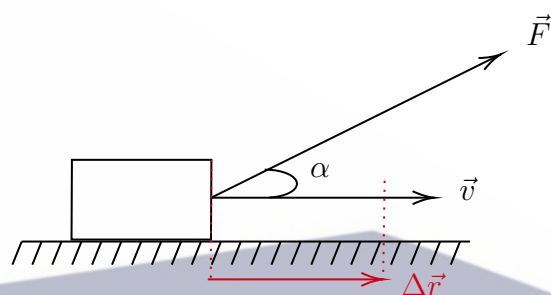
1. Đặt vấn đề:

Hãy hình dung khi ta đẩy một cái xe hàng trong siêu thị, bạn đẩy xe có bánh xe một lực nằm ngang không đổi F , và xe dịch chuyển được một đoạn d theo phương nằm ngang. Khi làm như thế, bạn đã sản sinh ra một công A , được xác định bằng :

$$A = F \cdot d$$

Ở đây F là độ lớn của lực mà bạn tác dụng, và d là độ lớn của độ dịch chuyển của điểm trên xe mà bạn đặt lực vào. Và ta nói A là công do bạn thực hiện lên xe, hay chính xác hơn là công do lực F mà bạn tác dụng lên xe thực hiện.

2. Định nghĩa



Công của lực \vec{F} thực hiện một độ dời $\Delta \vec{r}$ là A :

$$A = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$$

Hay :

$$A = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

Công thức cơ bản trong 1 vài trường hợp vật chuyển động thẳng trên đoạn đường nằm ngang như hình vẽ. Trong đó: $\Delta \vec{s} = \Delta \vec{r}$

Hoặc viết dưới dạng vi phân:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Lưu ý : $\Delta \vec{r}$ là độ dời điểm đặt lực (trong nhiều trường hợp thì $\Delta \vec{r}$ cũng chính là độ dời của vật)

Trong hệ SI: công A có đơn vị là Joule (J)

3. Công của lực biến đổi

Tổng công A của lực \vec{F} biến đổi :

$$A = \Sigma \Delta A = \Sigma \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$$

$$\Rightarrow A = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

4. Công phát động và công cản

Từ công thức : $A = F \cdot s \cdot \cos \alpha$

- Nếu $0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$ thì $A > 0$ ta sẽ có lực \vec{F} là lực phát động và A trong trường hợp này là công phát động.
- Nếu $\frac{\pi}{2} < \alpha \leq \pi$ thì $A < 0$ ta sẽ có lực \vec{F} là lực cản và A trong trường hợp này là công cản.
- Nếu $\alpha = \frac{\pi}{2}$ thì $A = 0$ ta sẽ có lực \vec{F} vuông góc $\vec{\Delta r}$ thì không sinh công lên vật.

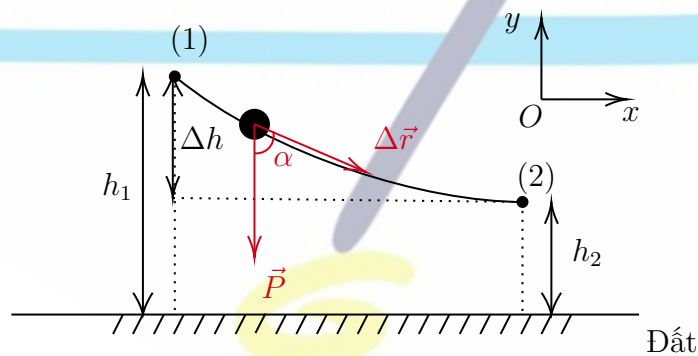
II. Công của các lực

1. Lực thế và lực không thế

Trước khi đi vào tìm hiểu sâu hơn về công của các lực, ta cần nắm rõ một vài khái niệm về lực thế, lực không thế và công thế, công không thế.

- **Lực thế** hay còn được gọi là lực bảo toàn, là các loại lực khi tác động lên một vật sinh ra một công cơ học có giá trị không phụ thuộc vào dạng của đường đi mà chỉ phụ thuộc vào vị trí của điểm đầu và điểm cuối. Ví dụ: trọng lực, lực hấp dẫn. Lực thế có thể được biểu diễn bằng một hàm thế năng. Lực thế sinh công $A_{\text{thế}}$.
- **Lực không thế** là các lực còn lại không phải là lực thế. Ví dụ: lực ma sát trượt, lực cản. Lực không thế không thể được biểu diễn bằng một hàm thế năng. Lực không thế sẽ sinh công $A_{\text{không thế}}$.

2. Công của trọng lực



Ta có công của trọng lực \vec{P} tác dụng lên một vật khối lượng m khi vật đó di chuyển từ vị trí (1) đến vị trí (2).

$$\begin{aligned} dA &= \vec{P} \cdot d\vec{r} \\ &= |P| \cdot |d\vec{r}| \cdot \cos \alpha \\ &= mg \cdot (-dh) \\ &= -mg \cdot dh \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow A &= \int_{h_1}^{h_2} -mg \cdot dh \\ \Rightarrow A &= -mg \cdot (h_2 - h_1) \\ \Rightarrow A_{12} &= mg \cdot (h_1 - h_2) \end{aligned}$$

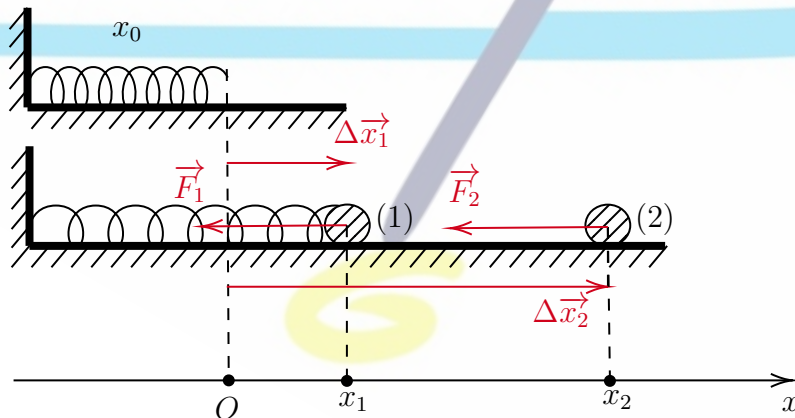
Hay :

$$dA = -mg \cdot dh$$

Trong hầu hết các bài toán, công của trọng lực P không phụ thuộc vào dạng đường đi của vật mà chỉ phụ thuộc vào vị trí điểm đầu và điểm cuối. Từ đó ta có thể kết luận được rằng trọng lực \vec{P} là 1 lực thế.

3. Công của lực đàn hồi

Ta xét lực tác dụng bởi một lò xo có chiều dài tự nhiên là l_0 , độ cứng k có một đầu cố định, đầu tự do được gắn vào một vật (coi vật như một chất điểm).



Ta làm lò xo dãn ra bằng cách kéo vật về bên phải. Để chống lại nguyên nhân gây biến dạng, lò xo kéo vật về bên trái để phục hồi trạng thái tự nhiên l_0 (lực đàn hồi của lò xo còn được gọi là lực hồi phục). Ta có lực đàn hồi của lò xo được cho bởi công thức theo định luật Hooke (theo tên nhà khoa học người Anh, Robert Hooke) :

$$F = -k \cdot \Delta x$$

Hay :

$$\vec{F} = -k \cdot \vec{\Delta x}$$

Trong đó : $\begin{cases} k & : \text{là độ cứng của lò xo (N/m)} \\ F & : \text{là lực đàn hồi (N)} \\ \Delta x & : \text{là độ dịch chuyển của đầu tự do của lò xo so với vị trí tự nhiên } \Delta x = x - x_0 \end{cases}$
(x là chiều dài bất kỳ khi lò xo nén hay dãn)

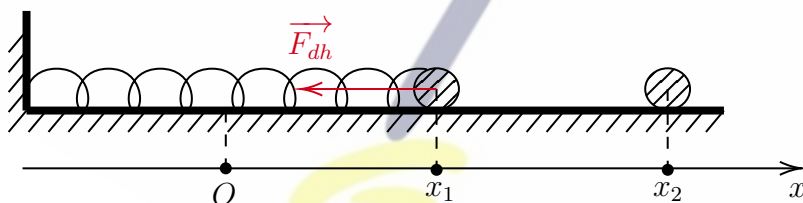
Để tính công của lực đàn hồi của lò xo ta xét 2 vị trí dãn (hoặc nén) của hệ lò xo - vật:

- **Vị trí 1** : Hệ vật - lò xo tại vị trí (1), lò xo dãn một đoạn $\Delta x_1 = x_1 - x_0$ so với vị trí tự nhiên. Ta có lực đàn hồi của lò xo trong trường hợp này là : $F_1 = -k \cdot \Delta x_1$.
- **Vị trí 2** : Hệ vật - lò xo tại vị trí (2), lò xo dãn một đoạn $\Delta x_2 = x_2 - x_0$ so với vị trí tự nhiên. Ta có lực đàn hồi của lò xo trong trường hợp này là : $F_2 = -k \cdot \Delta x_2$.

Ta có công thức tính công của lực đàn hồi khi vật di chuyển từ (1) đến (2) như sau :

$$A_{12} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (\Delta x_1^2 - \Delta x_2^2)$$

Chứng minh :



Xét trường hợp tổng quát cho hệ lò xo - vật tại một vị trí bất kỳ, khi đó lực đàn hồi là một lực biến đổi vì nó phụ thuộc vào vị trí của đầu tự do của lò xo, nên lực F_{dh} theo định luật Hooke trong trường hợp này được viết lại là $F(x) = -k \cdot x$ (trong đó x là tọa

độ của vật so với vị trí tự nhiên của lò xo). Nếu ta dịch chuyển từ vị trí đầu x_1 đến vị trí cuối x_2 thì ta thực hiện một công trên vật và lò xo thực hiện một công chống đối trên vật đó. Khi đó công A của lực đàn hồi của lò xo được tính như sau :

$$A = \int_{x_1}^{x_2} F(x) \cdot dx$$

$$\Rightarrow A = \int_{x_1}^{x_2} (-kx) \cdot dx$$

$$\Leftrightarrow A = -k \int_{x_1}^{x_2} x \cdot dx$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (x_1^2 - x_2^2)$$

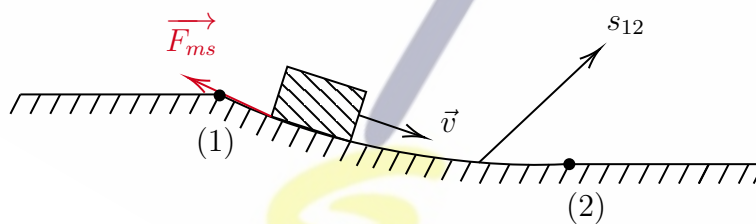
Vậy công thức tổng quát cho công của lực đàn hồi áp dụng được hầu hết cho các bài toán từ cơ bản đến nâng cao dạng vi phân là:

$$dA_{dh} = -k \cdot x \cdot dx$$

4. Công của lực ma sát

Trong cấp THPT ta chỉ chủ yếu tập trung vào giải các bài toán có liên quan đến công của lực ma sát trượt khi vật di chuyển từ 1 vị trí đến 1 vị trí khác.

Xét 1 vật có khối lượng m trượt có ma sát trên một đoạn dốc (có góc nghiêng rất bé). Để thành lập công thức tính công của lực ma sát trượt khi vật đó trượt từ vị trí (1) đến vị trí (2), biết hệ số ma sát trượt là μ , ta có :



Áp dụng cách tính công của lực \vec{F} biến đổi cho lực ma sát trượt khi vật đi từ vị trí

(1) đến vị trí (2):

$$A_{12} = \Sigma \vec{F}_{ms} \cdot \Delta \vec{r}$$

$$A_{12} = \Sigma \mu \cdot N \cdot \cos 180^\circ \cdot \Delta \vec{r}$$

$$A_{12} = \Sigma - \mu \cdot N \cdot |\Delta \vec{r}|$$

Từ đó, ta có công của lực ma sát trượt khi vật di chuyển từ một vị trí đến một vị trí khác là :

$$A_{ms} = \Sigma - \mu \cdot N \cdot |\Delta \vec{r}|$$

Nếu $F_{ms} = \mu N = const$ thì :

$$A_{ms} = -F_{ms} \cdot s$$

Trong đó : $\begin{cases} \mu & \text{là hệ số ma sát trượt} \\ N & \text{là áp lực mặt tiếp xúc tác dụng lên vật} \\ s & \text{là quãng đường vật di chuyển} \end{cases}$

Như vậy, công của lực ma sát trượt phụ thuộc vào dạng đường đi của vật.
Công của lực ma sát còn có thể được viết dưới dạng vi phân như sau :

$$dA_{ms} = -F_{ms} \cdot ds$$

III. Định lí bảo toàn công

1. Định lí bảo toàn công

Định lí bảo toàn công được phát biểu như sau : Khi vật chuyển động đều, hoặc khi vận tốc vật ở điểm đầu và điểm cuối bằng nhau thì độ lớn công phát động bằng độ lớn công cản:

$$A_{\text{động}} = |A_{\text{cản}}|$$

Lưu ý : Trong trường hợp có hao phí trong quá trình thực hiện công, ta áp dụng công thức tính hiệu suất H như sau :

$$H(\%) = \frac{A_{\text{có ích}}}{A_{\text{toàn phần}}}(H < 1)$$

2. Máy cơ đơn giản

Máy cơ đơn giản là những thiết bị cơ học có tác dụng biến đổi hướng cũng như độ lớn của lực tác dụng. Một số loại máy cơ thường gặp trong chương trình phổ thông là ròng rọc, mặt phẳng nghiêng, đòn bẩy,...

Khi dùng máy cơ đơn giản để hỗ trợ, định lí bảo toàn công có thể được phát biểu lại như sau :

- Được lợi bao nhiêu lần về lực thì thiệt bấy nhiêu lần về đường đi. (Đây là phát biểu thường gặp dưới cấp THCS).
- Không có máy cơ đơn giản nào cho ta lợi về công.

IV. Động năng

1. Đặt vấn đề

Nếu bạn thấy quả bóng nằm yên trên sân banh, và sau đó phóng nhanh về phía khung thành thì có thể bạn sẽ kết luận rằng: "Có ai đó đã đá vào nó". Còn với nhà vật lí có thể nói : "Ai đó đã thực hiện một công trên trái banh bằng cách tác dụng lên nó một lực trên đoạn đường từ điểm đặt banh đến khung thành". Thực vậy, khi ta thấy một vật chuyển động thì chính chuyển động của nó báo cho ta biết là đã có một công được thực hiện trên nó để bắt đầu chuyển động đó. Vậy cái gì về chuyển động của chất điểm có thể liên hệ một cách định lượng với công đã thực hiện trên chất điểm?

2. Định nghĩa

Động năng là 1 dạng năng lượng do chuyển động mà có.

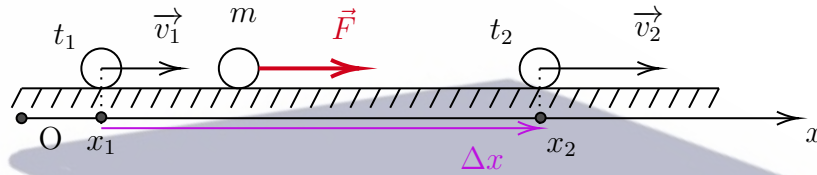
Biểu thức động năng (dạng cơ bản) :

$$K = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Trong đó : $\begin{cases} m & \text{là khối lượng vật chuyển động (g)} \\ v & \text{là tốc độ của vật (m/s)} \\ K & \text{là động năng (J)} \end{cases}$

3. Định lí động năng

Xét một vật nhỏ có khối lượng m có vận tốc đầu $v_0 = 0$ nằm trên mặt phẳng ngang, nhẵn. Vật chịu tác dụng một lực kéo \vec{F} theo phương nằm ngang, chiều từ trái sang phải. Tại thời điểm t_1 vật có vận tốc v_1 , tại thời điểm t_2 vật có vận tốc v_2 ($v_1 < v_2$).



Công do lực kéo \vec{F} sinh ra khi vật di chuyển từ vị trí (1) đến (2) là :

$$A_{12} = \int_{x_1}^{x_2} \vec{F} \cdot d\vec{x} \quad (4.1)$$

Ta lại có :

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (4.2)$$

Thay (4.2) vào (4.1), ta có :

$$A_{12} = \int_{x_1}^{x_2} m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{x} = \int_{x_1}^{x_2} m \cdot \frac{d\vec{x}}{dt} \cdot d\vec{v} = \int_{x_1}^{x_2} m \cdot \vec{v} \cdot d\vec{v}$$

Trong đó v_1 và v_2 là vận tốc của các chất điểm tại hai vị trí (1) và (2), nên ta có :

$$A_{12} = \int_{v_1}^{v_2} m \cdot \vec{v} \cdot d\vec{v}$$

$$\Rightarrow A_{12} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

Mặt khác, động năng của vật :

- Tại thời điểm t_1 động năng của vật : $K_1 = \frac{mv_1^2}{2}$
- Tại thời điểm t_2 động năng của vật : $K_2 = \frac{mv_2^2}{2}$

Biến thiên động năng vật khi vật đi từ vị trí (1) đến (2) là :

$$\Delta K_{12} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} \quad (4.3)$$

Từ (4.2) và (4.3), suy ra :

$$A_{12} = \Delta K_{12} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

Ta thấy công do lực kéo \vec{F} sinh ra để di chuyển vật từ vị trí (1) đến (2) bằng độ biến thiên động năng của vật tại vị trí (1) và vị trí (2).

Định lí động năng được phát biểu như sau : Độ biến thiên động năng bằng tổng công ngoại lực.

$$A_{12} = \Delta K_{12} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

Hay :

$$dK = dA$$

V. Thế năng

1. Định nghĩa

Thế năng U là một dạng năng lượng gắn với cấu hình của một hay một hệ vật mà trong đó, chúng tương tác với nhau dưới dạng lực thế. Hay nói cách khác, thế năng là dạng năng lượng đặc trưng cho khả năng sinh công của vật hay hệ vật. Đơn vị SI của thế năng U là joule (J)

2. Định lí biến thiên thế năng

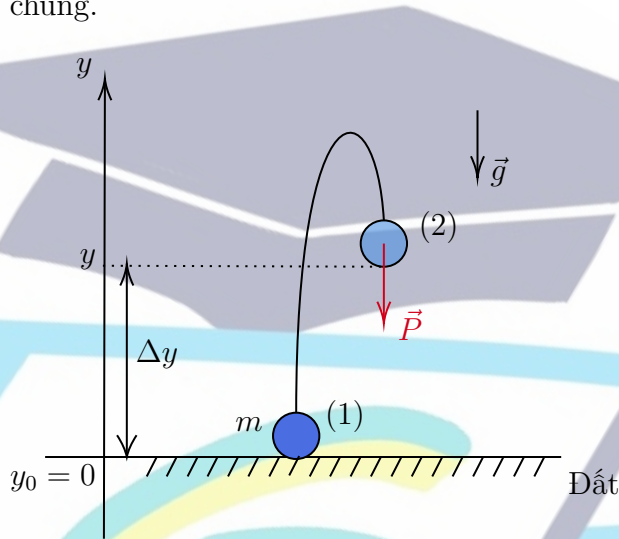
Định lí biến thiên thế năng được phát biểu như sau: Nếu một lực thay đổi thế năng của một vật hay hệ vật bằng cách thay đổi cấu hình của hệ, thì độ thay đổi thế năng là giá trị âm của công do lực này thực hiện.

$$\Delta U = -A$$

VI. Một số loại thế năng

1. Thế năng trọng trường

Khi ta nâng một vật lên cao lên, ta đã tăng khoảng cách giữa vật và Trái Đất. Hai thứ này vốn hút nhau thông qua lực hấp dẫn, nhưng ta đã tác dụng công lên vật và đồng thời làm tăng *thế năng trọng trường* bằng cách thay đổi cấu hình của chúng, tức là thay đổi vị trí của chúng.



Thế năng trọng trường là dạng năng lượng tương tác giữa Trái Đất và vật; phụ thuộc vào vị trí của vật ở trong trọng trường.

Để đơn giản, ta xét vật như một chất điểm có khối lượng m chuyển động dọc theo trục Oy có chiều dương hướng lên. Khi vật chuyển động từ điểm y_0 đến điểm y thì trọng lực tác dụng lên vật và sinh công. Để tìm sự thay đổi về thế năng trọng trường, ta dựa vào định lí biến thiên thế năng :

$$\Delta U = -A$$
$$\Rightarrow \Delta U = -A = - \int_{x_1}^{x_2} F(x) \cdot dx$$

Áp dụng công của trọng lực : $dA = -m \cdot g \cdot dh$

$$\Delta U = - \int_{y_0}^y (-mg) \cdot dy = mg \int_{y_0}^y dy$$
$$\Rightarrow \Delta U = mg(y - y_0) = mg\Delta y$$

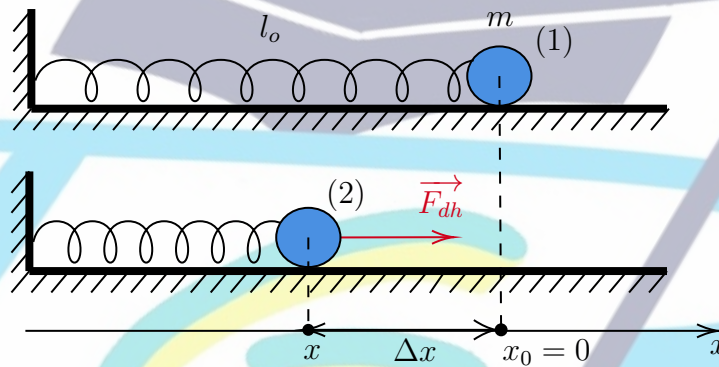
Ta xét hệ quy chiếu có gốc toạ độ gắn với vị trí ban đầu của vật, tức $y_0 = 0$ thì :

$$U(y) = mgy$$

2. Thế năng đàn hồi

Khi ta nén một lò xo thì ta đang tác dụng công lên lò xo đó và thay đổi cấu hình của lò xo, tức là thay đổi vị trí tương đối của các vòng trong lò xo. Chúng chống lại sự thay đổi này để quay lại trạng thái tự nhiên, do đó ta đã làm tăng *thế năng đàn hồi* của lò xo.

Thế năng đàn hồi là năng lượng gắn với trạng thái biến dạng của một vật đàn hồi.



Ta xét hệ lò xo trong hình có một vật mang khối lượng m ở đầu lò và lò xo có độ cứng là k . Khi vật chuyển động từ điểm x_0 đến x , lò xo bị nén lại, tác dụng một lực đàn hồi $F_{dh} = -k \cdot d$ lên vật và sinh công. Để tìm sự thay đổi thế năng đàn hồi của hệ vật - lò xo, ta dựa vào định lý biến thiên thế năng và công của lực đàn hồi:

$$\begin{aligned} \Delta U &= -A \\ \Rightarrow \Delta U &= - \int_{x_0}^x F \cdot dx = - \int_{x_0}^x (-kx) \cdot dx = k \int_{x_0}^x x \cdot dx \\ \Rightarrow \Delta U &= \frac{1}{2}k(x^2 - x_0^2) \end{aligned}$$

Ta xét hệ quy chiếu có gốc toạ độ gắn với vị trí của vật mà lò xo không bị biến dạng, tức $x_0 = 0$ thì :

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

VII. Cơ năng

1. Định nghĩa

Cơ năng của một hệ cô lập là tổng động năng K và thế năng U của các vật trong hệ đó.

$$E = K + U$$

2. Định lí bảo toàn cơ năng

Trong một hệ cô lập, định lí bảo toàn cơ năng được phát biểu như sau : vật chuyển động chỉ chịu tác dụng của lực thế sinh công, thì cơ năng của vật bảo toàn

$$E = K + U = \text{const}$$

3. Định lí biến thiên cơ năng

Xét một vật chuyển động chịu tác dụng lực thế sinh công $A_{\text{thế}}$, và lực không thế sinh công $A_{\text{không thế}}$.

Theo định lí động năng :

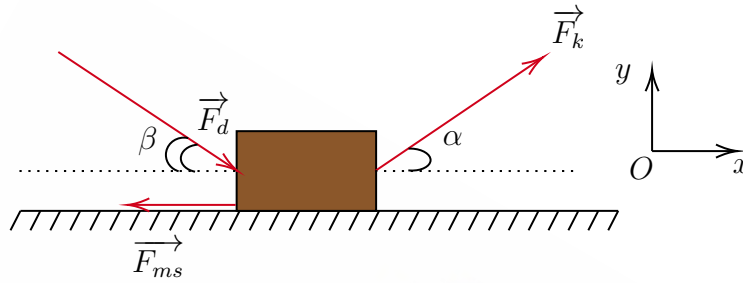
$$\begin{aligned}\Delta K &= A_{\text{ngoại lực}} = A_{\text{thế}} + A_{\text{không thế}} \\ \Rightarrow K_2 - K_1 &= -\Delta U + A_{\text{không thế}} \\ \Leftrightarrow K_2 - K_1 &= -(U_2 - U_1) + A_{\text{không thế}} \\ \Rightarrow E_2 - E_1 &= A_{\text{không thế}} \\ \Leftrightarrow \Delta E &= A_{\text{không thế}}\end{aligned}$$

Vậy độ biến thiên cơ năng = công của lực không thế .

VIII. Luyện tập

Bài 1 : Một vật nhỏ có khối lượng m nằm trên mặt phẳng nằm ngang có vận tốc đầu v_0 . Tác dụng vào vật hai lực: lực kéo \vec{F}_k có độ lớn F_k tạo một góc α và lực đẩy \vec{F}_d có độ lớn F_d tạo một góc β so với phương ngang như hình vẽ. Biết giữa mặt phẳng và vật có ma sát và vật chuyển động thẳng đều. Biết F_k, F_d, α, β Tính :

- Công của từng lực tác dụng lên vật trên đoạn đường $a(m)$.
- Hệ số ma sát μ trên đoạn đường đó.



Bài 2 : Một lò xo nhẹ có $k = 50N/m$ được treo thẳng đứng, đầu trên lò xo cố định, đầu dưới treo quả cầu nhỏ $m = 100g$. Ban đầu, quả cầu ở vị trí cân bằng y_0 , sau đó quả cầu bị kéo xuống đến vị trí y so với vị trí cân bằng. Cho $g = 9,8m/s^2$.

a) Chứng minh rằng thế năng của hệ quả cầu - lò xo khi quả cầu ở vị trí y là :

$$U = \frac{1}{2} \cdot k \cdot y^2$$

b) Tính thế năng của hệ tại vị trí ban đầu y_0 .

Bài 3 : Một vật nhỏ nằm trên đỉnh của bán cầu nhẵn, cố định, có bán kính R . Vật được truyền vận tốc đầu \vec{v}_0 theo phương ngang.

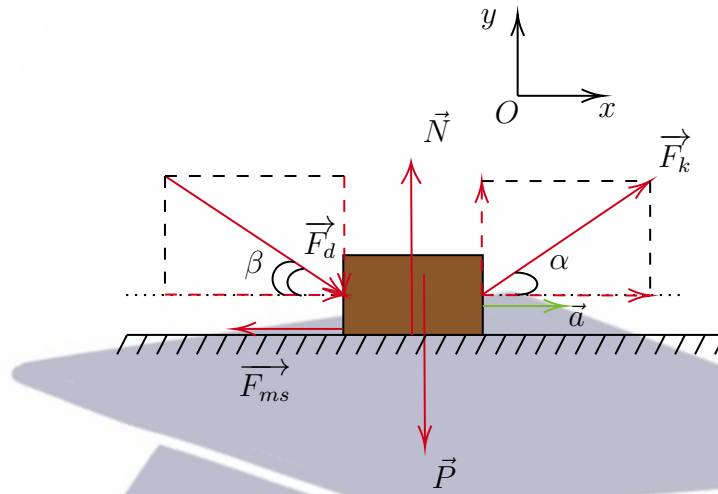
a) Định v_0 để vật không rời khỏi bán cầu ngay tại thời điểm ban đầu.

b) Khi v_0 thỏa điều kiện trong câu a, xác định vị trí nơi vật bắt đầu rời khỏi bán cầu.

c) Giả sử vật lăn không vận tốc đầu từ đỉnh bán cầu ($v_0 = 0$), sau đó rời bán cầu và rơi xuống sàn rồi nảy lên. Tìm độ cao cực đại h mà vật đạt được sau khi va chạm với sàn, biết va chạm là hoàn toàn đàn hồi.

IX. Lời giải gợi ý

Bài 1 :



Theo hình vẽ ta có các lực tác dụng lên vật là : $\vec{P}, \vec{N}, \vec{F}_{ms}, \vec{F}_d, \vec{F}_k$
 Do vật chuyển động thẳng đều nên :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} + \vec{F}_d + \vec{F}_k = 0 \quad (1)$$

a)

Do \vec{P}, \vec{N} có phương vuông góc với phương chuyển động của vật nên : $A_P = A_N = 0$

Công của lực kéo \vec{F}_k : $A_k = a \cdot F_k \cdot \cos \alpha$

Công của lực đẩy \vec{F}_d : $A_d = a \cdot F_d \cdot \cos \beta$

Từ (1) hợp lực của vật bằng 0, nên tổng công tác dụng lên vật bằng 0 :

$$\begin{aligned} A_k + A_d + A_{ms} &= 0 \\ \Rightarrow A_{ms} &= -a(F_k \cos \alpha + F_d \cos \beta) \end{aligned} \quad (2)$$

b)

Ta chiếu (1) trên phương Oy ta có :

$$\begin{aligned} -P + N + 0 + (-F_d \sin \beta) + F_k \sin \alpha &= 0 \\ \Rightarrow N &= P + F_d \sin \beta - F_k \sin \alpha \end{aligned}$$

Ta có công của lực ma sát :

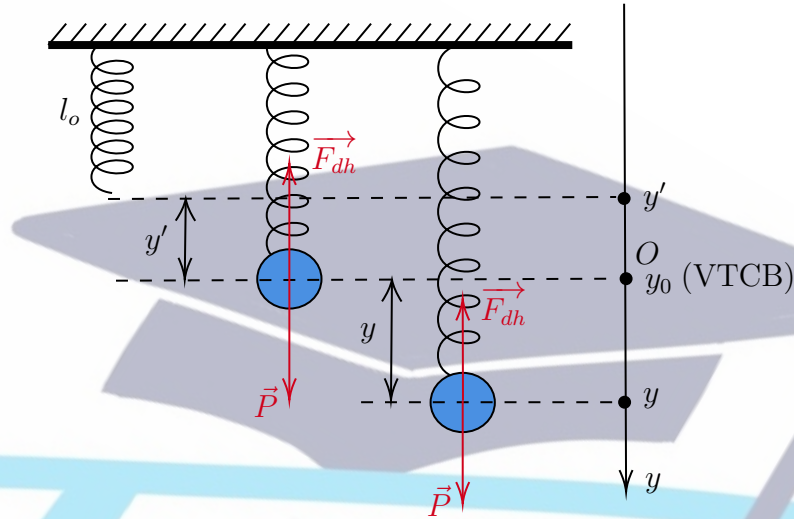
$$A_{ms} = -F_{ms} \cdot a = -N \cdot \mu \cdot a = -\mu a(P + F_d \sin \beta - F_k \sin \alpha) \quad (3)$$

Từ (2) và (3) suy ra :

$$-a(F_k \cos \alpha + F_d \cos \beta) = -\mu a(P + F_d \sin \beta - F_k \sin \alpha)$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{F_k \cos \alpha + F_d \cos \beta}{P + F_d \sin \beta - F_k \sin \alpha}$$

Bài 2 :



a)
Khi vật ở vị trí cân bằng y_0 :

$$\begin{aligned} \vec{P} + \vec{F}_{dh} &= \vec{0} \\ \Rightarrow P - F_{dh} &= 0 \\ \Leftrightarrow mg - ky' &= 0 \\ \Leftrightarrow mg &= ky' \end{aligned} \quad (1)$$

Trong đó, y là độ dãn từ vị trí cân bằng y_0 đến vị trí y ; y' là độ dãn từ chiều dài tự nhiên của lò xo đến vị trí cân bằng y_0 .

Xét vật tại vị trí y . Thế năng của hệ vật - lò xo sẽ bằng công do trọng lực và lực đàn hồi thực hiện khi vật di chuyển từ vị trí đang xét y về vị trí cân bằng y_0 :

$$\begin{aligned} U &= A_P + A_{dh} \\ &= -mgy + \frac{1}{2}k[(y' + y)^2 - y'^2] \\ &= -mgy + \frac{1}{2}ky^2 + kyy' + \frac{1}{2}ky^2 - \frac{1}{2}ky'^2 \\ &= -mgy + kyy' + \frac{1}{2}ky^2 \end{aligned} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra :

$$U = -mgy + mgy + \frac{1}{2}ky^2$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2}ky^2 \quad (3)$$

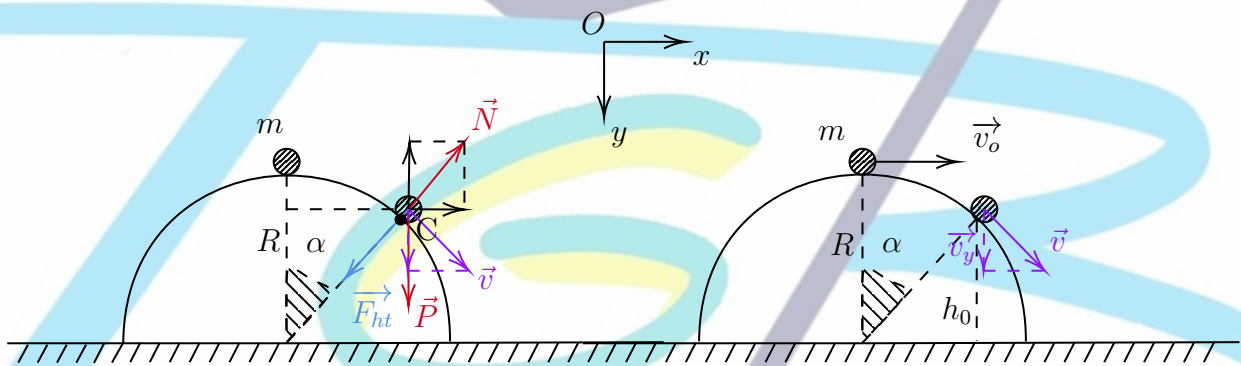
b)

Khi vật ở vị trí y_0 , xét công thức (3) :

$$y = -y' = -\frac{mg}{k}$$

$$\Rightarrow U_y = \frac{1}{2} \cdot \frac{m^2 g^2}{k} = \frac{1}{2} \cdot \frac{0,1^2 \cdot 9,8^2}{50} \approx 0,0097(J)$$

Bài 3 :



a)

Áp dụng định luật II Newton cho vật khi đang ở trên đỉnh bán cầu :

$$\vec{P} + \vec{N} = m \cdot \vec{a} \quad (1)$$

Chiều lên phương Oy :

$$m \cdot g - N = m \cdot \frac{v_0^2}{R} \quad (a_{ht} = \frac{v_0^2}{R})$$

$$\Rightarrow N = m \cdot g - m \cdot \frac{v_0^2}{R}$$

Với N là phản lực do bán cầu tác dụng lên quả cầu nhỏ. Muốn cho quả cầu không rời bán cầu thì $N \geq 0$, từ đó suy ra :

$$v_0 \leq \sqrt{g \cdot R}$$

b)

Tại đỉnh bán cầu, vật chỉ có năng lượng là thế năng và động năng ban đầu :

$$E_0 = U_0 + K_0 = mgR + \frac{mv_0^2}{2}$$

Gọi C là điểm mà vật rời bán cầu. Khi đó $N = 0$ và (1) được viết lại như sau :

$$\begin{aligned} mg \cos \alpha &= m \frac{v^2}{R} \\ \Rightarrow v^2 &= gR \cos \alpha \end{aligned} \quad (2)$$

Tại C năng lượng của vật tồn tại dưới 2 dạng là cả thế năng lẫn động năng :

Thế năng : $U_C = mgR \cos \alpha$

Động năng: $K_C = \frac{mv^2}{2}$

Áp dụng định lí bảo toàn cơ năng cho vật tại vị trí đỉnh bán cầu và vị trí C :

$$\begin{aligned} E_0 &= E_C \\ \Rightarrow U_0 + K_0 &= U_C + K_C \\ \Leftrightarrow mgR + \frac{mv_0^2}{2} &= mgR \cos \alpha + \frac{mv^2}{2} \\ \Leftrightarrow v^2 &= 2gR(1 - \cos \alpha) + v_0^2 \end{aligned} \quad (3)$$

Từ (2) và (3) suy ra :

$$\begin{aligned} \Rightarrow gR \cos \alpha &= 2gR(1 - \cos \alpha) + v_0^2 \\ \Leftrightarrow \cos \alpha &= \frac{2}{3} + \frac{v_0^2}{3gR} \\ \Leftrightarrow \alpha &= \arccos \left(\frac{2}{3} + \frac{v_0^2}{3gR} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

Như vậy, vật sẽ rời đỉnh bán cầu tại vị trí tạo 1 góc α so với phương thẳng đứng như hình vẽ.

c)

Ta có $v_0 = 0$:

$$(3) \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3}, (2) \Rightarrow v^2 = \frac{2}{3}gR$$

Vậy vận tốc vật có khi rời khỏi bán cầu là v_y trên phương thẳng đứng Oy lúc này là :

$$v_y^2 = v^2 \sin 2\alpha = \frac{2}{3}gR(1 - \cos 2\alpha) = \frac{10}{27}gR$$

Khi đó, vật có độ cao là $h_0 = R \cos \alpha = \frac{2}{3}R$

Tại vị trí h_0 , năng lượng của vật là :

$$E_{h_0} = mgh_0 + \frac{mv_y^2}{2} = mg \cdot \frac{2}{3}R + \frac{m}{2} \cdot \frac{10}{27}gR = \frac{23}{27}mgR$$

Do va chạm hoàn toàn đàn hồi nên bảo toàn cơ năng cho vật tại vị trí h_0 và vị trí h_{max} (nơi mà động năng chuyển hóa hoàn toàn thành thế năng) :

$$\begin{aligned} E_{h_{max}} &= E_{h_0} \\ \Rightarrow mgh_{max} &= \frac{23}{27}mgR \\ \Leftrightarrow h_{max} &= \frac{23}{27}R \end{aligned}$$

Tài liệu

- [1] David Halliday – Robert Resnick – Jearl Walker. *Principle of Physics* Section 7-1, Kinetic Energy, Section 7-2, Work and Kinetic Energy, Section 7-3, Work Done by the Gravitational Force, Section 7-4, Work Done by a Spring Force, Section 7-5, Work Done by a General Variable Force, Section 7-6, Power, Section 8-1, Potential Energy, Section 8-2, Conservation of Mechanical Energy, Section 8-4, Work Done on a System by an External Force, Section 8-5, Conservation of Energy.
- [2] Bùi Quang Hân - Trần Văn Bồi - Phạm Văn Tiến - Nguyễn Thành Tương. *Giải toán Vật lý 10, tập hai* §21 Công của các lực cơ học - Định luật bảo toàn công, §22 Năng lượng - Động năng - Thế năng, §23 Định luật bảo toàn cơ năng.