

Ba định luật Newton

Ban chuyên môn Vật lý – The Gifted Battlefield

Xuất bản vào Ngày 31 tháng 10 năm 2021

Lời mở đầu

Cả ba định luật Newton đều được nhà khoa học vĩ đại người Anh Isaac Newton tìm ra và xuất bản trong cuốn “Các nguyên lý toán học của tự nhiên” (Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica). Hệ thống ba định luật ấy đã đặt nền móng cho sự phát triển của cơ học cổ điển. Các định luật có thể được phát biểu ở nhiều dạng khác nhau, vì vậy tác giả có thể không viết đúng theo hoàn toàn những gì các độc giả đã đọc từ trước, nhưng về mặt kiến thức thì bài viết sẽ đảm bảo về tính chính xác cho độc giả, giúp độc giả có cái nhìn đa chiều hơn.

I. Đối tượng áp dụng của ba định luật

Trước khi đi vào chi tiết từng định luật một, ta cần thống nhất với nhau rằng đối tượng áp dụng của cả ba định luật là chất điểm – kích thước của vật rất nhỏ so với phạm vi chuyển động (hoặc so với những khoảng cách mà ta đề cập đến) . Do vậy, đối với các ngôi sao hoặc hành tinh, ba định luật Newton vẫn có thể được áp dụng, bởi cho dù kích thước của chúng là vô cùng lớn, quãng đường chúng di chuyển là lớn hơn rất nhiều so với kích thước của chúng. Tuy vậy, đối với các vật rắn, ba định luật Newton không đưa ra các kết quả đúng hoàn toàn, mà ta cần áp dụng cơ học vật rắn. Điều này áp dụng tương tự đối với các vật di chuyển với tốc độ bằng một phần đáng kể của tốc độ ánh sáng (ta cần áp dụng thuyết tương đối hẹp của Einstein) và các vật có kích thước nguyên tử (ta cần áp dụng cơ học lượng tử).

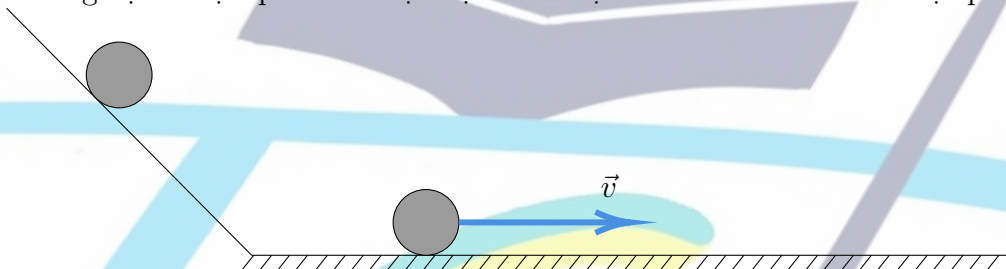
II. Định luật I Newton – Định luật quán tính

1. Quan niệm của Aristotle

Nhà khoa học Hy Lạp cổ đại Aristotle tin rằng các vật nặng (có khối lượng lớn) đều có xu hướng ở lại Trái Đất (ví dụ như cục đá, cái cây), còn các vật nhẹ có xu hướng ở trên không trung (như không khí) và các ngôi sao thì ở trên thiên đàng. Ông cho rằng, vạn vật đều có “trạng thái tự nhiên” của nó, và chỉ di chuyển khi được đẩy liên tục, bằng không nó dừng lại.

2. Thí nghiệm của Galileo

Thí nghiệm: Một quả cầu được đặt trên một con dốc nối liền với mặt phẳng nhẵn



Khi quả cầu rời khỏi con dốc, nó có một vận tốc vector v . Galileo quan sát thấy quả cầu chuyển động mãi mãi trên mặt sàn nhẵn ấy. Ông đã kết luận rằng, một vật chuyển động sẽ có khuynh hướng giữ nguyên trạng thái chuyển động của nó khi không có lực tác dụng. Định luật I Newton được phát triển dựa trên lý thuyết quán tính của Galileo với trường hợp mở rộng là hợp lực cân bằng.

3. Định luật I Newton

Định luật I Newton được phát biểu như sau : Nếu một vật không chịu tác dụng của lực hoặc hợp lực cân bằng (bằng 0) thì:

- Khi vật đứng yên sẽ tiếp tục đứng yên.
- Khi vật đang chuyển động sẽ tiếp tục chuyển động thẳng đều: $\vec{v} = \overrightarrow{\text{const}}$.

Khi viết dưới dạng toán học, ta có thể viết như sau:

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$$

Ý nghĩa:

- Mọi vật đều có tính chất giữ nguyên vận tốc. Tính chất ấy gọi là quán tính.
- Lực không phải nguyên nhân gây ra chuyển động của vật, mà chỉ là nguyên nhân gây ra sự biến đổi trong trạng thái chuyển động của vật.
- Dẫn tới sự tồn tại của ít nhất một hệ quy chiếu quán tính (sẽ được nói kĩ hơn sau phần định luật II Newton).

III. Định luật II Newton

Định nghĩa

$$\sum \vec{F} = m \vec{a} \quad (*)$$

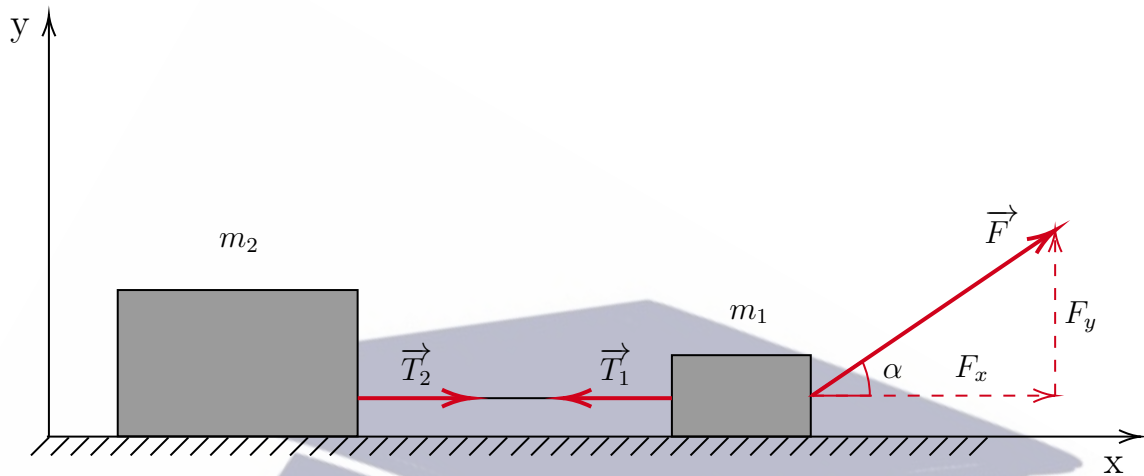
trong đó: $\begin{cases} \sum \vec{F} & : \text{Tổng hợp lực tác dụng lên vật (N)} \\ m & : \text{Khối lượng của vật (kg)} \\ \vec{a} & : \text{Gia tốc của vật (m/s}^2\text{)} \end{cases}$

Phương trình (*) có thể được phân tích thành các thành phần như trên hệ trục tọa độ $Oxyz$ như sau:

$$\sum F_x = ma_x \quad \sum F_y = ma_y \quad \sum F_z = ma_z$$

Đây là một công thức rất quen thuộc đối với các bạn học sinh THPT, được áp dụng trong hầu hết các bài toán động lực học đơn giản lẫn phức tạp. Tuy nhiên, trong các hệ cơ học gồm nhiều vật khác nhau, việc xét từng vật một sẽ rất mất thời gian. Vì thế, trong một số trường hợp đặc biệt, ta có thể áp dụng Định luật II Newton lên cả hệ mà không gây ảnh hưởng đến kết quả. Ta xét bài toán đơn giản sau:

Ví dụ 1. Hai vật khối lượng m_1, m_2 được nối với nhau bằng một đoạn dây nhẹ luôn căng. Hệ được đặt trên mặt sàn nằm ngang, nhẵn. Kéo vật m_1 bằng một \vec{F} có hướng tạo với mặt sàn một góc α . Hỏi gia tốc của vật m_1, m_2 là bao nhiêu, biết trong quá trình chuyển động 2 vật không bị nhấc lên khỏi mặt sàn?



Lần đầu tiên khi ta mới học về Định luật II Newton và đọc bài toán này, ta thường sẽ nghĩ ngay đến việc áp dụng công thức (*) vào từng vật \$m_1\$ và \$m_2\$.

Do 2 vật chỉ chuyển động theo phương \$x\$, ta có:

$$\begin{cases} m_1 a_1 = F_x - T_1 = F \cdot \cos \alpha - T_1 \\ m_2 a_2 = T_2 \end{cases}$$

Cộng vế theo vế 2 phương trình trên, ta được:

$$m_1 a_1 + m_2 a_2 = F \cdot \cos \alpha - T_1 + T_2 \quad (1)$$

Mặt khác, do dây luôn căng nên:

$$\begin{cases} T_1 = T_2 \\ a_1 = a_2 \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2),

$$\Rightarrow (m_1 + m_2) a_1 = F \cdot \cos \alpha$$

$$\Leftrightarrow a_2 = a_1 = \frac{F \cdot \cos \alpha}{m_1 + m_2}$$

Các bạn có thể thấy rằng lời giải của bài toán trên cũng tương đối ngắn. Tuy vậy, nó còn có thể được rút ngắn đáng kể nếu như ta coi hệ 2 vật \$m_1\$, \$m_2\$ và dây như một vật có khối lượng \$m = m_1 + m_2\$. Khi đó, gia tốc \$a\$ của \$m\$ cũng chính là gia tốc của \$m_1\$ và \$m_2\$; lực duy nhất tác dụng lên \$m\$ là \$\vec{F}\$.

Áp dụng Định luật II Newton lên m :

$$ma = F_x = F \cdot \cos \alpha$$
$$\Leftrightarrow a_2 = a_1 = a = \frac{F \cdot \cos \alpha}{m_1 + m_2}$$

và ta được kết quả giống như ta đã làm ở cách 1.

Sở dĩ đó dùng được cách này là do gia tốc của 2 vật ta cần xét có cùng độ lớn, cùng phương, và cùng chiều. Thực tế, khi ta xét hệ nhiều vật, gia tốc chung của hệ mà ta tính được khi áp dụng Định luật II lên toàn hệ chính là gia tốc của *khối tâm* hệ. Trong bài toán trên, gia tốc của 2 vật trong hệ đều là \vec{a} nên gia tốc của khối tâm của hệ đó cũng là \vec{a} . Lực \vec{F} trong bài toán được gọi là *ngoại lực* đối với hệ.

Vậy, ta rút được công thức Định luật II Newton đối với hệ nhiều vật:

$$\sum \vec{F} = M \vec{a}$$

trong đó: $\begin{cases} \sum \vec{F} & : \text{Tổng hợp lực của các ngoại lực tác dụng lên hệ vật (N)} \\ M = \sum m_i & : \text{Tổng khối lượng của các vật trong hệ (kg)} \\ \vec{a} & : \text{Gia tốc của khối tâm của hệ vật (m/s}^2\text{)} \end{cases}$

IV. Lực quán tính và hệ quy chiếu phi quán tính

Như đã nói ở phần I, định luật I Newton dự đoán có ít nhất một hệ quy chiếu quán tính đối với vật. Nói cách khác, ta sẽ tìm được một hệ quy chiếu mà tại đó vật không có gia tốc (hay $\sum \vec{F} = \vec{0}$). Tuy vậy, trong một số bài toán, khi ta xét mọi vật trong hệ quy chiếu quán tính một cách tuyến tính và thiếu sự nghiên cứu rõ ràng thì ta sẽ thấy sự vô lý trong việc giải ra bài toán. Các kiến thức dưới đây sẽ giúp người đọc có cái nhìn tổng quan hơn khi xét các định luật I và II Newton cho vật.

1. Các hệ quy chiếu

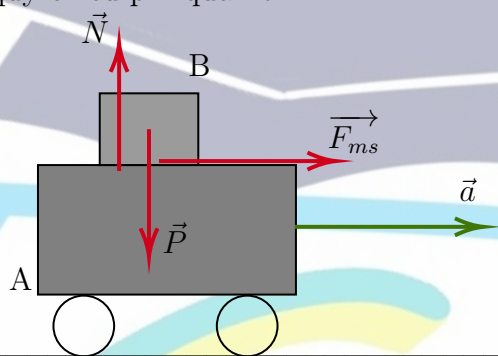
Hệ qui chiếu quán tính là hệ qui chiếu gắn lên các vật tự do hay đó là hệ qui chiếu trong đó định luật I Newton được nghiệm đúng.

Ngoài hệ qui chiếu quán tính, đôi khi người ta còn sử dụng các hệ qui chiếu phi quán tính. Đó là hệ qui chiếu gắn với những vật chuyển động có gia tốc không đổi hoặc thay đổi theo thời gian.

Một đoàn tàu chuyển động với vận tốc không đổi có thể coi là một hệ quy chiếu quán tính. Ly nước ở trên đoàn tàu khi này không bị xô dịch và ở trạng thái cân bằng lực. Tuy nhiên, khi đoàn tàu đột ngột tăng tốc, đoàn tàu có một gia tốc \vec{a} . Khi này, đoàn tàu được gọi là hệ quy chiếu phi quán tính. Ly nước lúc này khi được quan sát trong thực tế sẽ bị đổ. Điều này chứng tỏ đã có một lực khác tác dụng lên vật, khiến cho $\sum \vec{F} \neq \vec{0}$. Vậy lực nào đã tác dụng lên vật? Ta sẽ tìm hiểu ngay bây giờ.

2. Lực quán tính

Xét một vật B đứng yên tương đối so với vật A. Vật A thu gia tốc \vec{a} so với mặt đất, vì vậy được gọi là hệ quy chiếu phi quán tính.



Đối với hệ quy chiếu gắn với vật A (là hệ quy chiếu phi quán tính đang có gia tốc \vec{a} đối với mặt đất), tổng hợp các lực tác dụng vào vật B là :

$$\sum \vec{F} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms}$$

Theo định luật I Newton, vật B đang đứng yên so với hệ quy chiếu gắn với vật A. Vì vậy :

$$\vec{0} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} \quad (1)$$

Ở đây ta đang giả định rằng hệ quy chiếu gắn với vật A cũng là hệ quy chiếu quán tính. Khi đó dựa theo nguyên lý Galileo, ta suy ra rằng các lực tác dụng lên vật B trong hệ quy chiếu gắn với vật A cũng là các lực mà ta tìm được trong hệ quy chiếu gắn với mặt đất.

$$\sum \vec{F} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms}$$

Vậy theo định luật II Newton ta có:

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} \quad (2)$$

Ta thấy (1) mâu thuẫn so với (2). Do đó, định luật I Newton không nghiệm đúng trong hệ quy chiếu gắn với vật A.

Thật vậy, các vật trong hệ quy chiếu quán tính đều chịu thêm một lực ngoài các lực khác. Đó là lực quán tính.

$$\vec{F}_{qt} = -m \vec{a}_{hqc}$$

Trong đó : $\begin{cases} m \text{ là khối lượng vật đang xét} \\ \vec{a}_{hqc} \text{ là gia tốc của hệ quy chiếu quán tính} \end{cases}$

Vậy lực quán tính chỉ xuất hiện trong hệ quy chiếu phi quán tính và không có phản lực.

Vậy sau này, khi ta xét các bài toán liên quan tới định luật I và định luật II Newton, ta cần xem xét kĩ càng các hệ quy chiếu gắn với các vật đang xét, xem hệ quy chiếu đó là hệ quy chiếu quán tính hay hệ quy chiếu phi quán tính.

V. Định luật III Newton

1. Câu hỏi dẫn dắt

Nhờ vào định luật II Newton, ta biết rằng gia tốc của vật có hướng cùng hướng với tổng hợp lực tác dụng lên vật. Vậy ta xét trường hợp sau : Một quả bóng (coi như chất điểm) được thả tự do từ độ cao h . Quả bóng có trọng lực tác dụng lên với phương thẳng đứng, chiều từ trên xuống dưới. Vì vậy, ta thấy quả bóng rơi theo phương thẳng đứng chiều từ trên xuống dưới. Khi quả bóng chạm sàn, ta thấy quả bóng ngay lập tức bật nảy lên. Vậy lực gì đã tác dụng lên quả bóng khiến nó nảy lên? Ta cùng tìm hiểu về định luật III Newton để trả lời câu hỏi này nhé.

2. Định luật III Newton

Định luật III Newton được phát biểu như sau : Khi vật A tác dụng lên vật B một lực thì vật B cũng tác dụng lên vật A một lực. Hai lực này là hai lực trực đối không cân bằng.

Dưới dạng toán học, ta có thể viết như sau:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

***Lưu ý:** Cách viết 12 để chỉ lực của vật 1 tác dụng lên vật 2 và ngược lại.

3. Các cặp lực trực đối

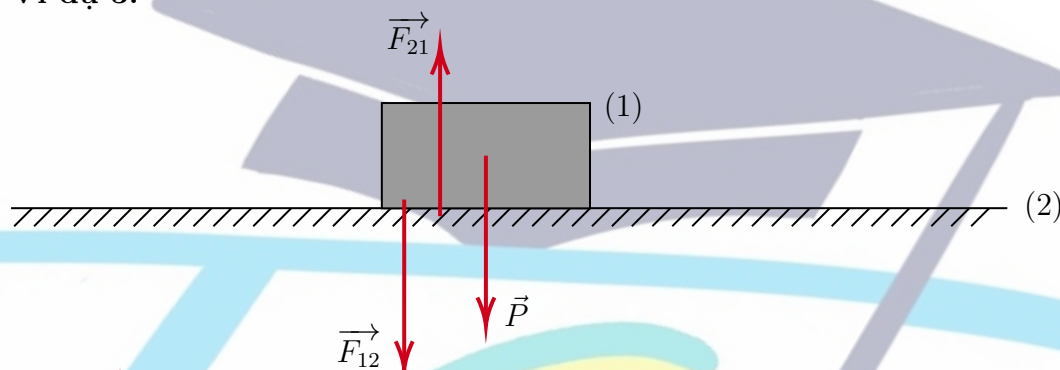
Định luật III Newton đã chỉ ra rằng lực xuất hiện theo từng cặp lực – phản lực. Nói cách khác, lực chỉ xuất hiện khi có sự tương tác giữa các vật. Xin được trích dẫn một câu trong cuốn “Cơ sở vật lý”: “Bạn không thể sờ mà không bị sờ”.

Nếu ta gọi \vec{F}_{12} là một lực thì có thể coi \vec{F}_{21} là một phản lực.

Khi ta cho hai vật tương tác với nhau, lực và phản lực sẽ đồng thời xuất hiện và biến mất ở trên hai vật khác nhau. Cặp lực ấy gọi là cặp lực trực đối không cân bằng.

Để hiểu rõ hơn, ta xét một vật đang nằm trên mặt sàn nằm ngang:

Ví dụ 3.



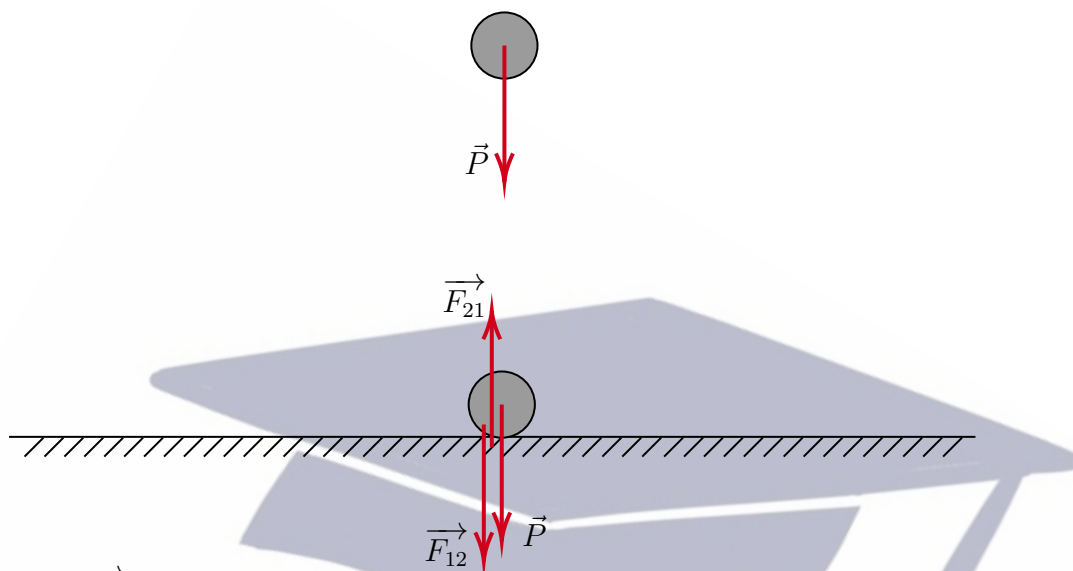
Gọi $\begin{cases} \vec{P} & : \text{trọng lực tác dụng lên quả bóng.} \\ \vec{F}_{12} & : \text{lực mà quả bóng tác dụng lên sàn nhà.} \\ \vec{F}_{21} & : \text{lực mà sàn nhà tác dụng lên quả bóng.} \end{cases}$

Từ định luật III Newton, ta thấy khi vật tác dụng lên sàn một áp lực \vec{F}_{12} , ta thấy sàn nhà cũng đồng thời tác dụng lên vật một phản lực $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$. \vec{F}_{12} , \vec{F}_{21} gọi là cặp lực trực đối không cân bằng: $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = \vec{0}$.

Ta lại thấy, cặp lực tác dụng lên vật là lực \vec{F}_{21} và \vec{P} . Theo định luật I Newton, vì vật đang đứng yên ($\vec{a} = \vec{0}$) và sẽ tiếp tục đứng yên, ta có $\sum \vec{F} = \vec{0}$. Vậy, \vec{P} và \vec{F}_{21} gọi là cặp lực trực đối cân bằng: $\vec{P} + \vec{F}_{21} = \vec{0}$.

Vậy qua bài học hôm nay, ta có thể trả lời hiện tượng đầu tiên trên.

Ví dụ 4.



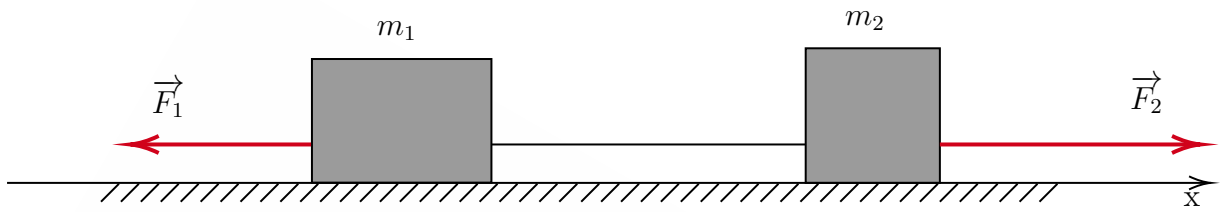
Gọi $\begin{cases} \vec{P} & : \text{ trọng lực tác dụng lên quả bóng.} \\ \vec{F}_{12} & : \text{ lực mà quả bóng tác dụng lên sàn nhà.} \\ \vec{F}_{21} & : \text{ lực mà sàn nhà tác dụng lên quả bóng.} \end{cases}$

Cũng phân tích như bài trước, ta thấy có các lực \vec{P} , \vec{F}_{21} tác dụng lên vật và lực \vec{F}_{12} tác dụng lên sàn nhà. Theo định luật III Newton, hai lực \vec{F}_{12} và \vec{F}_{21} vẫn là hai cặp lực trực đối không cân bằng: $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = \vec{0}$. Tuy nhiên, do quả bóng sau khi chạm đất tiếp tục nảy lên, nên lúc này theo định luật II Newton, quả bóng đã thu một gia tốc \vec{a} nào đó. Điều này dẫn tới việc $\vec{P} + \vec{F}_{21} \neq \vec{0}$. Vậy tại sao lại có điều này xảy ra? Hãy đón chờ bài giảng về động lượng vào tuần sau nhé.

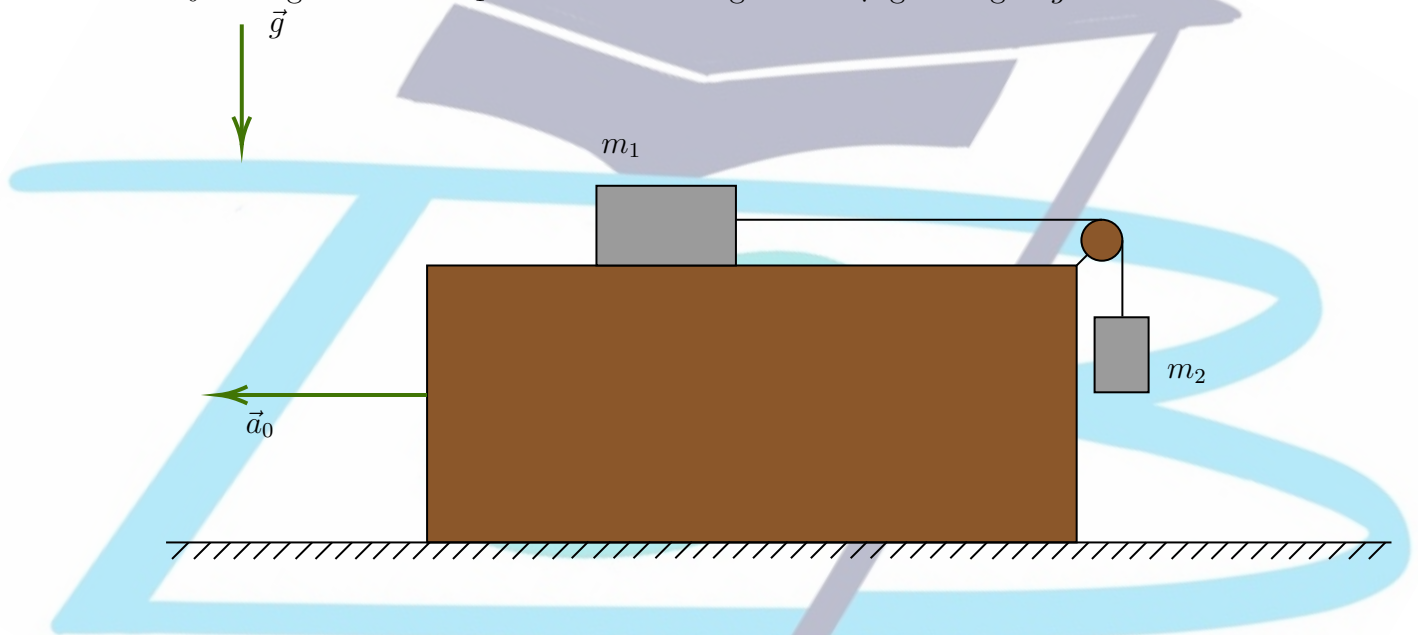
VI. Các bài toán rèn luyện

Bài toán 1. Tại sao $\vec{F} \neq m\vec{v}$?

Bài toán 2. Cho hai vật có khối lượng lần lượt là m_1 và m_2 được nối với nhau bằng một sợi dây không dẫn. Hai vật được tác dụng hai lực $F_1 = \alpha_1 t$ và $F_2 = \alpha_2 t$ cùng lúc có phương và chiều như hình vẽ (t là thời gian tác dụng lực). Biết khi lực căng dây đạt tới giá trị T_0 thì sẽ đứt. Hãy tính thời gian kể từ lúc tác dụng lực để dây bị đứt. Khi này hệ vật đã di chuyển được một quãng đường là bao nhiêu? Biết ma sát giữa các vật và sàn là không đáng kể và $\alpha_2 > \alpha_1$.



Bài toán 3. Cho hệ cơ như hình vẽ. Hệ số ma sát giữa vật m_1 và mặt bàn là μ . Bỏ qua ma sát giữa bàn và sàn nhà. Lúc đầu hệ cân bằng, bàn nhận được gia tốc \vec{a}_0 theo phương ngang như hình vẽ. Giả sử vật m_1 trượt trên bàn ngay khi bàn nhận được gia tốc a_0 . Tìm gia tốc của m_1 đối với đất. Cho gia tốc trọng trường là g .



VII. Lời giải gợi ý

Bài toán 1.

Câu hỏi này thực chất là để ôn lại kiến thức cho các bạn đọc, đặc biệt là về định luật I Newton. Các bạn có thể đọc lại phần định luật I Newton trước khi đọc lý giải của bọn mình nhé.

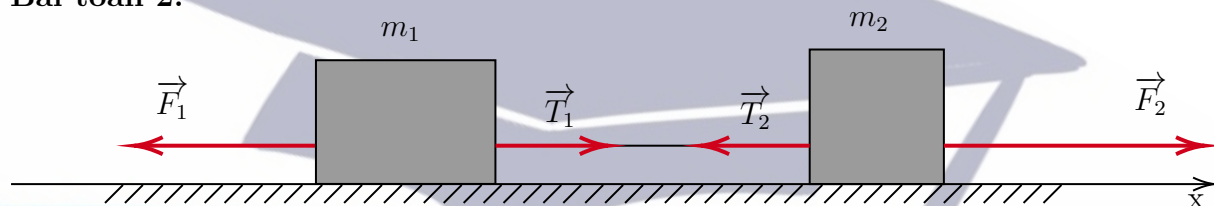
Có thể nói phương trình $\vec{F} = m\vec{v}$ là cách hiểu của những nhà khoa học về chuyển động của các vật trước thời đại của những Galileo hay Newton. Thời đó người ta nói rằng mọi vật sẽ chỉ di chuyển khi được tác dụng một lực liên tục, bằng không nó sẽ dừng

lại (phần 1. Quan niệm của Aristotle trong II có trình bày). Điều này khá là tương đồng với phương trình $\vec{F} = m\vec{v}$, bởi khi ta cho $\vec{F} = \vec{0}$ thì $\vec{v} = \vec{0}$.

Tuy nhiên, thí nghiệm của Galileo đối với quả cầu đã gần như bác bỏ đi lập luận ấy. Bởi khi không có lực nào tác dụng lên quả cầu, quả cầu vẫn sẽ lăn mãi.

Cuối cùng, định luật I Newton đã mở rộng ra với trường hợp tổng hợp lực bằng 0. Theo định luật I Newton, ta có một vật chịu cân bằng lực (tức $\sum \vec{F} = \vec{0}$) thì hoặc đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều với vận tốc \vec{v} . Do đó nếu $\vec{F} = m\vec{v}$ sẽ sai khi vật chịu cân bằng lực và đang chuyển động thẳng đều.

Bài toán 2.



Áp dụng định luật II Newton cho hệ vật:

$$(m_1 + m_2)a = F_2 - F_1 = \alpha_2 t - \alpha_1 t$$

$$\Rightarrow a_1 = a_2 = a = \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)t}{m_1 + m_2}$$

Xét vật m_2 :

$$m_2 a_2 = F_2 - T$$

$$\Leftrightarrow T = F_2 - m_2 a_2$$

$$= \alpha_2 t - \frac{m_2(\alpha_2 - \alpha_1)t}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{(m_2 \alpha_1 + m_1 \alpha_2)t}{m_1 + m_2}$$

Dây sẽ bị đứt sau một quãng thời gian:

$$t_0 = \frac{m_1 + m_2}{(m_2 \alpha_1 + m_1 \alpha_2)} T_0$$

Vận tốc của hệ theo thời gian:

$$\begin{aligned}v(t) &= \int_0^t a \, dt \\&= \int_0^t \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)t}{m_1 + m_2} \, dt \\&= \frac{1}{2} \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)t^2}{m_1 + m_2}\end{aligned}$$

Quãng đường hệ di chuyển trong thời gian t_0 :

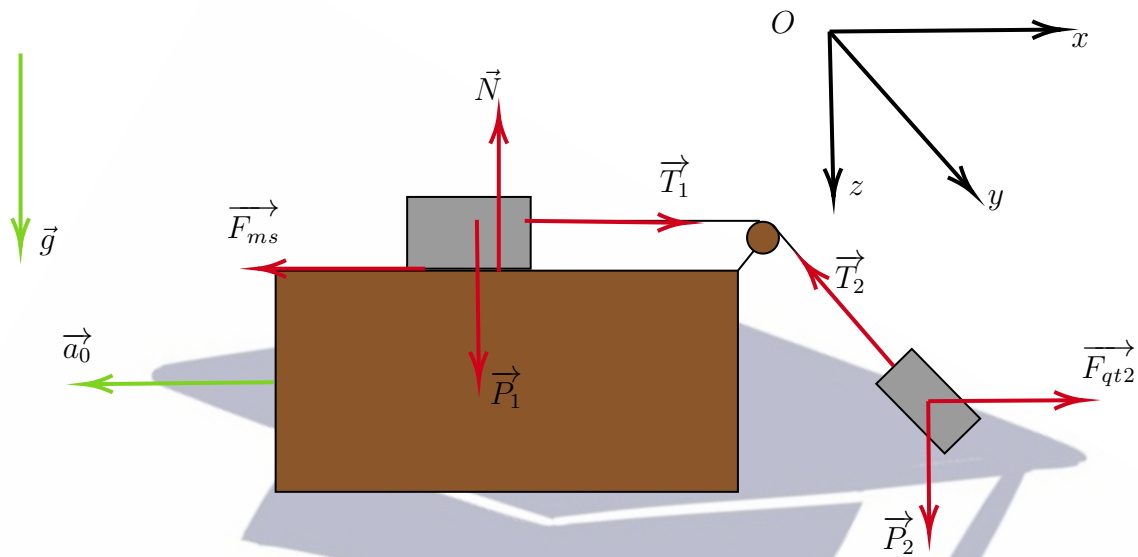
$$\begin{aligned}s &= \int_0^{t_0} v \, dt \\&= \int_0^{t_0} \frac{1}{2} \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)t^2}{m_1 + m_2} \, dt \\&= \frac{1}{6} \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)t_0^3}{m_1 + m_2} \\&\Rightarrow s = \frac{1}{6} \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)t_0^3}{m_1 + m_2}\end{aligned}$$

Nhận xét: Bài này thực chất là một bài định luật II Newton khá cơ bản. Các bước giải được diễn giải khá chi tiết ở phần II. Định luật II Newton. Riêng phần tính quãng đường khá khó khi không thể áp dụng công thức $s = \frac{1}{2}at^2$ một cách bình thường được. Điều này xuất phát từ việc $a \neq const$. Công thức $s = \frac{1}{2}at^2$ xuất phát từ việc gia tốc của vật không đổi, trong khi ở đây gia tốc của hệ vật biến thiên theo thời gian t . Vì vậy, ta phải xài tích phân để tính được quãng đường đi được của hệ vật.

Bài toán 3.

Bàn đầu hệ vật cân bằng.

Khi bàn có gia tốc \vec{a}_0 , ta xét các vật có hệ quy chiếu gắn với bàn như sau :



Gọi gia tốc của vật m_1 gắn với hệ quy chiếu bàn là \vec{a}_{10}
 Gọi gia tốc của vật m_2 gắn với hệ quy chiếu bàn là \vec{a}_{20}
 Chọn chiều dương và phương Ox, Oy như hình vẽ.
 Đối với vật 1, áp dụng định luật II Newton, ta có :

$$m_1 \vec{a}_{10} = \vec{F}_{ms} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{qt1} + \vec{T}_1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Ox (Phương chuyển động)} : m_1 a_{10} = -F_{ms} + F_{qt1} + T_1 \\ \text{Oz (Phương thẳng đứng)} : N = P \end{cases}$$

$$\Rightarrow m_1 a_{10} = m_1 a_0 + T_1 - \mu m_1 g \quad (1)$$

Đối với vật II, áp dụng định luật II Newton, ta có :

$$m_2 \vec{a}_{20} = \vec{P}_2 + \vec{F}_{qt2} + \vec{T}_2$$

$$\Rightarrow \text{Oy (Phương chuyển động)} : m_2 a_{20} = P_2 \cdot \cos \alpha + F_{qt2} \cdot \sin \alpha - T_2$$

$$\Rightarrow m_2 a_{20} = m_2 g \cdot \cos \alpha + m_2 a_0 \cdot \sin \alpha - T_2 \quad (2)$$

Do dây luôn căng, ta cũng có các hệ thức sau : $\begin{cases} a_{10} = a_{20} = a & (3) \\ T_1 = T_2 & (4) \end{cases}$

Lấy (1) + (2) về theo về và thay (3), (4) vào, ta có :

$$(m_1 + m_2)a = m_1 a_0 - \mu m_1 g + m_2 g \cdot \cos \alpha + m_2 a_0 \cdot \sin \alpha \quad (5)$$

Ta đi tính các hàm lượng giác $\cos \alpha$ và $\sin \alpha$:

$$\cos \alpha = \frac{P_2}{\sqrt{P_2^2 + F_{qt2}^2}} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{g}{\sqrt{g^2 + a_0^2}} \quad (6)$$

$$\sin \alpha = \frac{F_{qt2}}{\sqrt{P_2^2 + F_{qt2}^2}} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{a_0}{\sqrt{g^2 + a_0^2}} \quad (7)$$

Thay (7),(8) vào (6), ta có phương trình sau :

$$a = \frac{m_1 a_0 - \mu m_1 g + \frac{m_2 \cdot g^2}{\sqrt{g^2 + a_0^2}} + \frac{m_2 \cdot a_0^2}{\sqrt{g^2 + a_0^2}}}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow a = \frac{m_1 a_0 - \mu m_1 g + m_2 \cdot \sqrt{g^2 + a_0^2}}{m_1 + m_2}$$

Lúc này, để tính gia tốc của vật m_1 đối với mặt đất, ta làm như sau : $\vec{a}_1 = \vec{a}_{10} + \vec{a}_0 = \vec{a} + \vec{a}_0$. Do lúc này các phương chiều của gia tốc đều tương minh, ta có thể viết như sau:

$$a_1 = a - a_0$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{m_1 a_0 - \mu m_1 g + m_2 \cdot \sqrt{g^2 + a_0^2} - m_1 a_0 - m_2 a_0}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{m_2 \cdot \sqrt{g^2 + a_0^2} - \mu m_1 g - m_2 a_0}{m_1 + m_2}$$

Nhận xét: Bài toán trên chủ yếu vận dụng kiến thức của lực quán tính trong hệ quy chiếu phi quán tính. Một mẹo nhỏ cho những bài toán động lực học là việc chọn phương và chiều của các trục Ox và Oy theo chiều chuyển động và hệ vật. Khi này, việc chiếu các lực lên các trục Ox , Oy sẽ dễ dàng hơn và bài toán được xử lý gọn gàng hơn. Lưu ý đặc biệt đối với các bài toán động lực học là việc chọn hệ quy chiếu và phân tích đầy đủ các lực.

Tài liệu

- [1] David Halliday – Robert Resnick – Jean Walker. *Principle of Physics* Section 5-2, Newton's First Law, Section 5-5, Newton's Second Law, and Section 5-7, Newton's Third Law.