TỔ CHỨC THE GIFTED BATTLEFIELD
DỰ ÁN CHICKEN MINDS

KỲ THI THỬ TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2026 – 2027

HƯỚNG DẪN CHẤM THI
Đề thi thử

Môn thi: **TOÁN (không chuyên)**
Thời gian làm bài: **120 phút** (không kể thời gian phát đề)
Ngày làm bài thi: **18/4/2026**
Hướng dẫn chấm thi gồm 10 trang

I. Hướng dẫn chung

1. Giám khảo chấm đúng theo Hướng dẫn chấm của Dự án Chicken Minds – Tổ chức The Gifted Battlefield.
2. Nếu thí sinh có cách trả lời khác đáp án nhưng đúng thì giám khảo vẫn chấm điểm theo biểu điểm của Hướng dẫn chấm thi.
3. Giám khảo không quy tròn điểm thành phần của từng câu, điểm của bài thi.

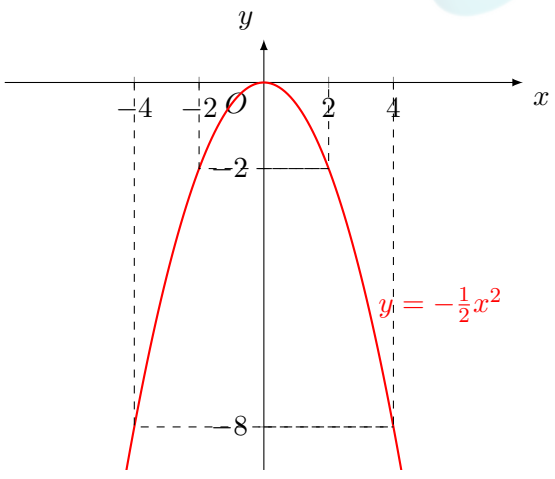
II. Đáp án và biểu điểm

Bài 1. (1,5 điểm)

Cho parabol (P): $y = \dfrac{-1}{2}x^2$.

a) Hãy vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) có hoành độ bằng tung độ.

<table>
<tr><th>Câu</th><th>Hướng dẫn</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td rowspan="3">a</td><td colspan="2">Hãy vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ.</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td>Bảng giá trị của hàm số $y = \frac{-1}{2}x^2$:
<table><tr><td>x</td><td>-4</td><td>-2</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>-8</td><td>-2</td><td>0</td><td>-2</td><td>-8</td></tr></table>Đồ thị của (P) là đường cong đi qua các điểm $(-4,-8)$, $(-2,-2)$, $(0,0)$, $(2,-2)$, $(4,-8)$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Hệ số $\dfrac{-1}{2} < 0$ nên parabol có bề lõm hướng xuống. Ta vẽ được đồ thị của (P) như sau:
 
</td><td>0,5</td></tr>
</table>

b	**Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) có hoành độ bằng tung độ.**	**0,75**
	Dựa vào giả thuyết điểm M có hoành độ bằng tung độ nên ta có: $$y_M = x_M \ (1)$$ Mà vì M thuộc parabol (P) nên ta cũng có $$y_M = \frac{-1}{2}x_M^2 \ (2)$$	0,25
	Từ (1) và (2) ta có: $$x_M = \frac{-1}{2}x_M^2 \iff x_M\left(1+\frac{1}{2}x_M\right) = 0$$	0,25
	$$\Longrightarrow x_M = 0, y_M = 0 \text{ hoặc } x_M = -2, y_M = -2$$ Vậy M có tọa độ là: $M(0,0)$ hoặc $M(-2,-2)$.	0,25

Bài 2. (1,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 12x + 4 = 0$.

a) Chứng minh rằng phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2.

b) Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1(x_1^2 + 3x_2) + x_2(x_2^2 + 3x_1)$.

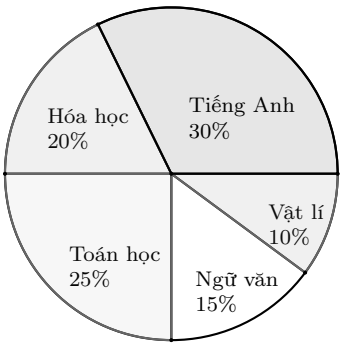
Câu	Hướng dẫn	Điểm
a	**Chứng minh rằng phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2.**	**0,25**
	Biệt thức $\Delta = (-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 128 > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2.	0,25
b	**Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1(x_1^2 + 3x_2) + x_2(x_2^2 + 3x_1)$.**	**0,75**
	Áp dụng định lí Viète cho phương trình đề bài, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 12 \\ x_1 \cdot x_2 = 4 \end{cases}$	0,25
	Khi đó $$\begin{aligned} A &= x_1(x_1^2 + 3x_2) + x_2(x_2^2 + 3x_1) \\ &= x_1^3 + 3x_1x_2 + x_2^3 + 3x_1x_2 \\ &= (x_1^3 + x_2^3) + 6x_1x_2 \\ &= (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) + 6x_1x_2 \\ &= 12^3 - 3 \cdot 4 \cdot 12 + 6 \cdot 4 = 1608. \end{aligned}$$	0,5

Ghi chú. Đối với bước biến đổi 0,5 điểm ở câu b, nếu vi phạm một trong hai lỗi sau thì trừ 0,25 điểm, nếu vi phạm cả hai thì trừ 0,5 điểm:

- Sai ở việc biến đổi (nhầm dấu ở một trong các biểu thức, nhầm hằng đẳng thức);
- Kết quả của biểu thức A cuối cùng khác 1608.

Bài 3. (1,5 điểm)

Tổ chức The Gifted Battlefield đã thực hiện một cuộc khảo sát về "Môn học yêu thích nhất" đối với các thành viên. Biết rằng tổ chức có 120 thành viên với kết quả khảo sát được biểu diễn qua biểu đồ hình quạt tròn dưới đây.



a) Tính số lượng thành viên cụ thể yêu thích mỗi môn học trong tổ chức.

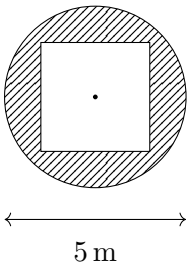
b) Bạn Phát chọn ngẫu nhiên một thành viên để phụ trách biên soạn tài liệu cho chuyên đề Toán cho tổ chức. Tính xác suất của biến cố: "Thành viên được chọn không có sở thích ưu tiên về môn Toán học".

Câu	Hướng dẫn	Điểm
a	**Tính số lượng thành viên cụ thể yêu thích mỗi môn học trong tổ chức.**	**0,75**
	Số thành viên yêu thích Toán: $120 \cdot 0,25 = 30$ (thành viên) Số thành viên yêu thích Tiếng Anh: $120 \cdot 0,3 = 36$ (thành viên) Số thành viên yêu thích Hóa Học: $120 \cdot 0,2 = 24$ (thành viên) Số thành viên yêu thích Ngữ Văn: $120 \cdot 0,15 = 18$ (thành viên) Số thành viên yêu thích Vật Lí: $120 \cdot 0,1 = 12$ (thành viên)	0,75
b	**Bạn Phát chọn ngẫu nhiên một thành viên để phụ trách biên soạn tài liệu cho chuyên đề Toán cho tổ chức. Tính xác suất của biến cố: "Thành viên được chọn không có sở thích ưu tiên về môn Toán học".**	**0,75**
	Số thành viên yêu thích Toán Học là 30 thành viên nên số thành viên không yêu thích Toán Học là $120 - 30 = 90$ (thành viên).	0,25
	Vậy xác suất chọn trúng thành viên không có sở thích ưu tiên về môn Toán Học là: $$P(A) = \frac{90}{120} = \frac{3}{4}.$$	0,5

Ghi chú. Đối với câu a, mỗi ý nhỏ sai sẽ trừ đi $0,25$ điểm khỏi bài làm của thí sinh.

Bài 4. (1,0 điểm)

Bạn Duy vừa xây một đài phun nước hình tròn có đường kính 5 mét. Bên trong đài phun bạn Duy quyết định chia ra 2 màu gạch khác nhau. Phần gạch màu trắng được lát theo một hình vuông nằm bên trong đài, phần gạch màu đen thì bạn lát cho phần diện tích còn lại. Biết $\pi = 3,14$.



a) Giả sử độ dài cạnh hình vuông là x mét, trong đó $0 < x < 7$. Hãy viết biểu thức tính diện tích phần gạch được tô đen theo x.

b) Duy nhận thấy rằng nếu tăng độ dài cạnh hình vuông thêm 1 mét, thì diện tích phần gạch màu đen sẽ giảm đi 4 mét vuông. Hãy tính độ dài cạnh hình vuông và diện tích phần gạch được tô đen ở thời điểm ban đầu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu	Hướng dẫn	Điểm
a	**Giả sử độ dài cạnh hình vuông là x mét, trong đó $0 < x < 7$. Hãy viết biểu thức tính diện tích phần gạch được tô đen theo x.**	**0,5**
	Đường kính hình tròn là $d = 5$ (m). Suy ra bán kính đường tròn là $r = 2,5$ (m). Khi đó, diện tích hình tròn là $$S_{\text{tròn}} = \pi r^2 = 3,14(2,5)^2 = 19,625$$ Diện tích hình vuông (phần gạch màu trắng) là x^2 (m^2). Từ đó diện tích phần gạch màu đen là $$19,625 - x^2 \text{ (m}^2\text{)}.$$	0,5
b	**Duy nhận thấy rằng nếu tăng độ dài cạnh hình vuông thêm 1 mét, thì diện tích phần gạch màu đen sẽ giảm đi 4 mét vuông. Hãy tính độ dài cạnh hình vuông và diện tích phần gạch được tô đen ở thời điểm ban đầu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).**	**0,5**
	Giả sử ban đầu hình vuông có độ dài cạnh là x. Khi cạnh hình vuông có độ dài $x + 1$, diện tích hình vuông mới là $$6,25\pi - (x+1)^2 \text{ (m}^2\text{)}.$$ Diện tích phần gạch đen giảm đi 4 m^2 sau khi thay đổi độ dài cạnh hình vuông. Do đó, ta có phương trình $$(6,25\pi - x^2) - \left(6,25\pi - (x+1)^2\right) = 4$$	0,25
	Hay $$(x+1)^2 - x^2 = 4 \iff 2x + 1 = 4 \iff x = 1,5 \text{ (m)}.$$ Vậy ban đầu hình vuông có cạnh là 1,5 m. Diện tích phần gạch đen khi đó là $$6,25 \cdot 3,14 - 1,5^2 = 17,38 \text{ (m}^2\text{)}.$$	0,25

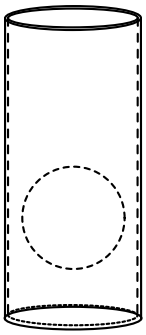
Bài 5. (1,0 điểm)

Một chiếc cốc hình trụ có chiều cao 20 cm, với đáy là hình tròn có diện tích $78,5$ cm^2. Giả sử thành chiếc cốc (tính cả đáy cốc) dày x cm, và $\pi = 3,14$.

a) Hãy lập biểu thức (theo ẩn x) thể tích (mL) tối đa lượng nước ta có thể đổ vào cốc.

b) Bạn Cát cần kiểm tra độ tươi của một quả trứng gà, bằng cách thả nó vào chiếc cốc chứa lượng nước có mực nước 10 cm (như hình vẽ) và quan sát sự chìm nổi. Giả sử quả trứng gà là một khối cầu hoàn hảo có đường kính là 6 cm chìm hẳn xuống đáy, và thành chiếc cốc dày $0,8$ cm. Hỏi mực nước trong cốc sẽ dâng lên bao nhiêu cm khi Cát thả quả trứng gà vào cốc? (làm tròn đến hàng phần trăm).

Biết công thức tính thể tích hình trụ là $V = \pi R^2 h$ (R là bán kính đáy, h là chiều cao); công thức tính thể tích hình cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ (R là bán kính hình cầu).



Câu	Hướng dẫn	Điểm
a	**Hãy lập biểu thức (theo ẩn x) thể tích (mL) tối đa lượng nước ta có thể đổ vào cốc.**	**0,5**
	Bán kính đáy cốc là $\sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{78,5}{3,14}} = 5$ (cm)	0,25
	Thể tích lượng nước tối đa có thể đổ vào cốc chính là thể tích của một hình trụ có chiều cao là $20 - x$ (cm), và bán kính mặt đáy là $5 - x$ (cm). Thể tích của hình trụ này là $$\pi(5-x)^2(20-x) = 1570 - 706,5x + 94,2x^2 - 3,14x^3 \text{ (mL)}.$$	0,25
b	**Bạn Cát cần kiểm tra độ tươi của một quả trứng gà, bằng cách thả nó vào chiếc cốc chứa lượng nước có mực nước 10 cm (như hình vẽ) và quan sát sự chìm nổi. Giả sử quả trứng gà là một khối cầu hoàn hảo có đường kính là 6 cm, và thành chiếc cốc dày $0,8$ cm. Hỏi mực nước trong cốc sẽ dâng lên bao nhiêu cm khi Cát thả quả trứng gà vào gốc? (làm tròn đến hàng phần trăm).**	**0,5**
	Quả trứng gà có bán kính $r = 3$ cm. Khi đó thể tích của quả trứng là $$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 3^3 = 113,04 \text{ (mL)}.$$	0,25
	Khi thành chiếc cốc dày $0,8$ cm thì bán kính khối trụ nước trong cốc là $5 - 0,8 = 4,2$ (cm). Thể tích nước dâng lên chính bằng thể tích quả trứng và nó chiếm một phần không gian hình trụ bên trong cốc. Nói cách khác, nếu gọi h là chiều cao mực nước dâng lên thì $$113,04 = V = \pi \cdot (5-0,8)^2 \cdot h = 3,14 \cdot 4,2^2 \cdot h$$ Hay $$h = \frac{113,04}{3,14 \cdot 4,2^2} = 2,04 \text{ (cm)}.$$ Vậy mực nước dâng lên $2,04$ cm khi Cát bỏ quả trứng vào cốc.	0,25

Bài 6. (1,0 điểm)

Chị Thảo có một cánh đồng cỏ rộng 10.000 m^2. Để chuẩn bị cho việc chăn nuôi, chị Thảo cần tính toán chính xác để cỏ mọc kịp cho bò ăn. Chị thực hiện hai thử nghiệm sau để biết sức ăn của bò:

- Thử nghiệm 1: Nếu chị thả 40 con bò, thì sau 20 ngày đàn bò sẽ ăn hết sạch cỏ trên cánh đồng (bao gồm cỏ có sẵn và cỏ mọc thêm).
- Thử nghiệm 2: Nếu chị thả 30 con bò, thì phải sau 40 ngày đàn bò mới ăn hết sạch cỏ trên cánh đồng đó (bao gồm cỏ có sẵn và cỏ mọc thêm).

Biết lượng cỏ có sẵn trên cánh đồng là 20000 kg, lượng cỏ mọc lên trên mỗi m^2 của cánh đồng trong 1 ngày là không đổi, và số kilogram cỏ có thể ăn trong 1 ngày của mỗi con bò là như nhau.

a) Hãy tính lượng cỏ mọc lên (kg/ngày) của giống cỏ hiện tại chị Thảo đang dùng trên cánh đồng.

b) Nếu chị Thảo thả 60 con bò thì chị nên chọn giống cỏ có tốc độ mọc lên (kg/m^2/ngày) ít nhất là bao nhiêu để trong 30 ngày bò sẽ không bị thiếu cỏ để ăn? (làm tròn kết quả tới hàng phần mười)

Câu	Hướng dẫn	Điểm
a	**Hãy tính lượng cỏ mọc lên (kg/ngày) của giống cỏ hiện tại chị Thảo đang dùng trên cánh đồng.**	**0,5**
	Gọi x là lượng cỏ mọc trên mỗi m^2 trong 1 ngày (kg/m^2/ngày), y là lượng cỏ của mỗi con bò ăn trong 1 ngày (kg/ngày). Biểu thức biểu thị lượng cỏ mà 40 con bò đã ăn trong 20 ngày theo x là: $20000+10000.20.x = 20000+200000x$. Biểu thức biểu thị lượng cỏ mà 40 con bò đã ăn trong 20 ngày theo y là: $40.20.y = 800y$. Kết hợp từ hai biểu thức trên, ta có được biểu thức: $$800y = 20000+200000x \text{ hay } -200000x+800y = 20000. \ (1)$$ Biểu thức biểu thị lượng cỏ mà 30 con bò đã ăn trong 40 ngày theo x là: $20000+40.10000.x = 20000+400000x$. Biểu thức biểu thị lượng cỏ mà 30 con bò đã ăn trong 40 ngày theo y là: $30.40.y = 1200y$. Kết hợp từ hai biểu thức trên, ta thu được biểu thức: $$1200y = 20000+400000x \text{ hay } -400000x+1200y = 20000. \ (2)$$	0,25
	Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình: $$\begin{cases} -200000x+800y = 20000 \\ -400000x+1200y = 20000 \end{cases}$$ Giải hệ trên, ta thu được: $(x;y) = (0,1;50)$. Vậy lượng cỏ mọc lên mỗi ngày của giống cỏ chị Thảo đang dùng là: $10000.0,1 = 1000$ (kg/ngày)	0,25
b	**Nếu chị Thảo thả 60 con bò thì chị nên chọn giống cỏ có tốc độ mọc lên (kg/m^2/ngày) ít nhất là bao nhiêu để trong 30 ngày bò sẽ không bị thiếu cỏ để ăn? (làm tròn kết quả tới hàng phần mười)**	**0,5**

	Gọi a là lượng cỏ mọc lên trên mỗi m^2 trong 1 ngày để 60 con bò ăn không bị thiếu trong 30 ngày. Lượng cỏ ít nhất để đàn bò có 60 con ăn trong 30 ngày là: $50.60.30 = 90000$ (kg). (3) Biểu thức biểu thị lượng cỏ ít nhất để đàn bò có 60 con ăn trong 30 ngày theo a là: $$20000 + 10000.30.a = 20000 + 300000a.$$ (4)	0,25
	Từ (3) và (4), ta có bất phương trình: $$20000 + 300000a \geq 90000.$$ Giải bất phương trình trên, ta thu được: $a \geq \frac{7}{30}$. Hay $a \geq 0,2$ $(kg/m^2/\text{ngày})$. Vậy chị Thảo cần chọn giống cỏ mọc với tốc độ ít nhất $0,2$ $(kg/m^2/\text{ngày})$.	0,25

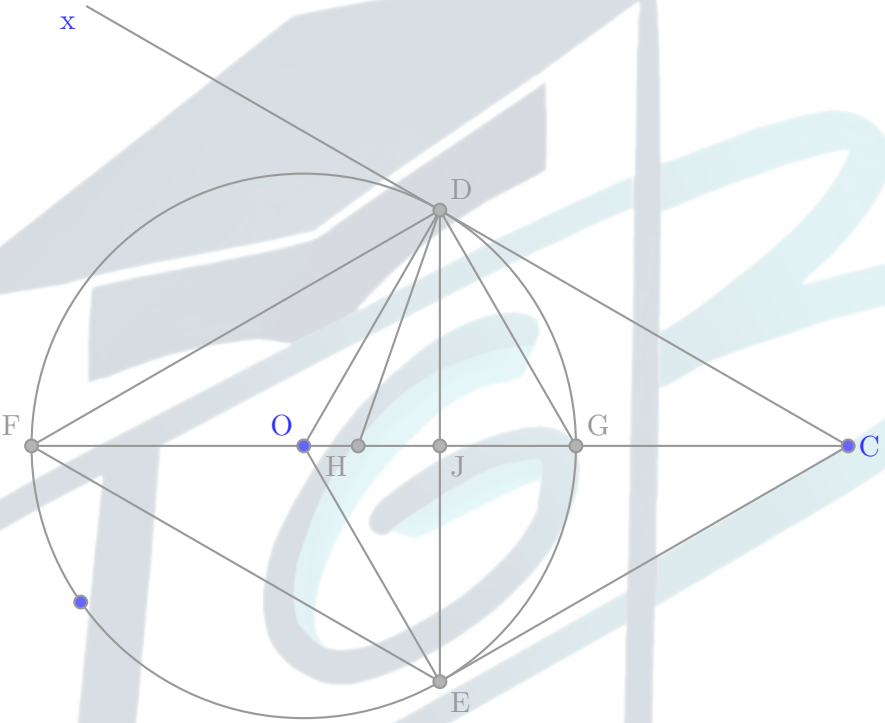
Bài 7. (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ và C là điểm nằm ngoài đường tròn sao cho $OC = R\sqrt{2}$. Qua C kẻ tiếp tuyến CE của đường tròn $(O;R)$ (E là tiếp điểm). Gọi D là điểm đối xứng với E qua OC.

a) Chứng minh CD là tiếp tuyến tại D của đường tròn $(O;R)$ và tứ giác $CDOE$ nội tiếp.

b) Gọi J là giao điểm của OC và DE. CJ cắt đường tròn (O) lần lượt tại G, F. Kẻ đường phân giác trong DH của $\triangle FDC$. Chứng minh $CG \cdot CF = CD^2 = CJ \cdot CO$ và $\dfrac{CJ \cdot CO}{CF} = \dfrac{HC \cdot DG}{HF}$.

c) Tính DE theo R, và số đo $\widehat{CDH}$ (làm tròn đến phút).

Câu	Hướng dẫn	Điểm
a	**Chứng minh CD là tiếp tuyến tại D của đường tròn $(O;R)$ và tứ giác $CDOE$ nội tiếp.**	**1,0**
	 Do D là điểm đối xứng với E qua OC nên OC là đường trung trực của đoạn DE $\Rightarrow CD = CE$ và $R = OD = OE$ (1)	0,5
	Từ (1) và OC là cạnh chung nên $\triangle CDO = \triangle CEO$ $(c-c-c)$ $\Rightarrow \widehat{CDO} = \widehat{CEO} = 90^o$ (hai góc tương ứng). Do $OD = R$ và $CD \perp OC$ tại C ($\widehat{CDO} = 90^0$) nên CD là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại D.	0,25
	Ta có: $\triangle CDO$ vuông tại D và $\triangle CEO$ vuông tại E cùng nội tiếp đường tròn đường kính CO (do có CO là cạnh huyền) Suy ra 4 điểm C, D, E, O cùng thuộc đường tròn đường kính CO. Suy ra tứ giác $CDOE$ nội tiếp.	0,25
b	**Gọi J là giao điểm của OC và DE. CJ cắt đường tròn (O) lần lượt tại G, F. Kẻ đường phân giác trong DH của $\triangle FDC$. Chứng minh $CG \cdot CF = CD^2 = CJ \cdot CO$ và $\dfrac{CJ \cdot CO}{CF} = \dfrac{HC \cdot DG}{HF}$.**	**1,0**

	Xét $\triangle CJD$ và $\triangle CDO$ ta có: $\widehat{DCO}$ là góc chung và $\widehat{CJD} = \widehat{CDO} = 90^o$ Suy ra $\triangle CJD \backsim \triangle CDO$ $(g-g)$. Từ tỉ số đồng dạng ta suy ra $CD^2 = CJ.CO$ (2)	0,25
	Ta có: $\triangle ODG$ cân tại O $(OD = OG = R)$. Suy ra $\widehat{ODG} = \widehat{OGD}$ Mà $\widehat{ODG} + \widehat{CDG} = 90^o = \widehat{OGD} + \widehat{DFG}$ (do $\widehat{FDG} = 90^o$, góc nội tiếp chắn nửa đường tròn, FG là đường kính). Nên $\widehat{CDG} = \widehat{CFD}$. Từ đó kết hợp $\widehat{DCF}$ là góc chung, suy ra: $\triangle CDG \backsim \triangle CFD$ $(g-g)$ Từ tỉ số đồng dạng ta suy ra: $CD^2 = CG.CF$ (3) Từ (2) và (3) suy ra: $CG.CF = CD^2 = CJ.CO$	0,25
	Do DH là đường phân giác trong $\triangle CDF$ nên $\dfrac{HF}{HC} = \dfrac{DF}{DC}$ Ta có: $$\frac{CJ.CO}{CF} = \frac{HC.DG}{HF}$$ $$\frac{CG.CF}{CF} = \frac{HC.DG}{HF}$$ $$\frac{CG}{DG} = \frac{DC}{DF} (*)$$	0,25
	$(*)$ đúng vì là tỉ số đồng dạng $(\triangle CDG \backsim \triangle CFD)$ Vậy ta có điều phải chứng minh.	0,25
c	**Tính DE theo R, và số đo $\widehat{CDH}$ (làm tròn đến phút).**	**1,0**
	Xét $\triangle CEO$ vuông tại E ta có: $\cos\widehat{EOC} = \dfrac{OE}{OC} = \dfrac{R}{\sqrt{2}R} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (tỉ số lượng giác) $\Rightarrow \widehat{EOC} = 45^o$ Do OC là đường trung trực của đoạn DE nên $OC \perp DE$ tại J và J là trung điểm DE. Xét $\triangle OJE$ vuông tại J: $\sin\widehat{JOE} = \dfrac{JE}{OE}$ (tỉ số lượng giác) Suy ra $\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \sin 45^o = \dfrac{JE}{R}$. Suy ra $JE = \dfrac{R\sqrt{2}}{2}$ Mà $DE = 2JE$ (J là trung điểm DE) nên $DE = R\sqrt{2}$.	0,5
	Theo định lí Pytago, $DC = \sqrt{OC^2 - OD^2} = R$. Do đó, tam giác ODC vuông cân tại D. Khi đó, $\angle DFG = \dfrac{1}{2}\angle DOG = 22.5°$. Do đó $\angle FDC = 180° - \angle DCO - \angle DFC = 180° - 45° - 22,5° = 112,5°$. Thành thử, $\angle CDH = \dfrac{112,5}{2} = 56,25° = 56°15'$.	0,5

– HẾT –