TỔ CHỨC THE GIFTED BATTLEFIELD
DỰ ÁN CHICKEN MINDS

KỲ THI THỬ TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2025 – 2026

ĐỀ THI THỬ

Môn thi chuyên: **TOÁN**

Thời gian làm bài: **150 phút** (không kể thời gian phát đề)

Ngày làm bài thi: **20/4/2025**

Đề thi gồm 02 trang, 05 bài

Bài 1. (3,0 điểm)

(a) Giải phương trình sau: $\sqrt[3]{x+6}+x^2=7-\sqrt{x-1}$.

(b) Một người nông dân có 400 m hàng rào. Ông ta muốn dùng 400 m hàng rào ấy để rào lại một cánh đồng hình chữ nhật có đúng 1 cạnh tiếp giáp với một con sông. Ông ấy không cần phải rào cạnh giáp bờ sông. Giả sử rằng mép của dòng sông là một đường thẳng. Hỏi người nông dân có thể rào được cánh đồng với diện tích lớn nhất là bao nhiêu nghìn mét vuông?

(c) Bạn Phương và bạn Phát lần lượt được đưa ngẫu nhiên một số nguyên không âm không vượt quá 4049. Tính xác suất để số của bạn Phương trừ đi số của bạn Phát có kết quả lớn hơn hoặc bằng 2025.

Bài 2. (1,0 điểm)

Cho hệ phương trình trên tập số thực:

$$\begin{cases} a+b+c=\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c} \\ a^2+b^2+c^2=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}. \end{cases}$$

Chứng minh rằng mọi bộ ba số thực (a,b,c) thỏa mãn hệ phương trình đều có dạng $\left(\pm 1, x, \dfrac{1}{x}\right)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$, $x\neq 0$.

Bài 3. (2,0 điểm)

Với k là số nguyên dương, xét phương trình nghiệm nguyên dương với ẩn a,b,c:

$$a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)=k.$$

(a) Chứng minh rằng với $k=2025^{2024}$, phương trình vô nghiệm.

(b) Tìm số giá trị $k\leq 2024$ sao cho phương trình có nghiệm nguyên dương.

Bài 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O, bán kính R. Gọi K là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BOC, P là một điểm nằm trên tia AK, và E, F lần lượt là điểm đối xứng của P qua các cạnh AB, AC. PE cắt AB tại D, PF cắt AC tại G. Gọi M là trung điểm EF.

(a) Chứng minh $AM\perp EF$ và $\widehat{MAB}=\widehat{PAC}$.

(b) Gọi L là điểm đối xứng của O qua BC. Chứng minh $OK\cdot OL=R^2$.

(c) Chứng minh ba điểm A, M, L thẳng hàng.

(d) Gọi Q là điểm đối xứng của P qua M. Chứng minh $AQ\perp BC$.

Bài 5. (1,0 điểm)

Trên bàn có m ($m \in \mathbb{N}^*$) hình vuông có độ dài cạnh bằng nhau. Ta có thể thao tác như sau: bỏ khỏi bàn 1 hình vuông có độ dài cạnh là s và thêm vào bàn 2 hình vuông có độ dài cạnh lần lượt là $\dfrac{s}{3}$ và $\dfrac{2s}{3}$.

Với số nguyên không âm k bất kì, ta gọi một hình vuông là loại k nếu ta cần k lần thao tác để thu được nó từ hình vuông ban đầu (chẳng hạn, các hình vuông ban đầu là loại 0).

(a) Chứng minh rằng với mọi số nguyên không âm k thì trên bàn, số hình vuông loại k có độ dài cạnh đôi một khác nhau không vượt quá $k+1$.

(b) Tìm tất cả các số nguyên dương m thỏa mãn sau hữu hạn thao tác bất kỳ thì trên bàn luôn tồn tại 2 hình vuông mà chúng có cùng độ dài cạnh.

– HẾT –

- Thí sinh **KHÔNG** được sử dụng tài liệu.
- Giám thị **KHÔNG** được giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:	
Số báo danh:	**Phòng thi:**