

ĐỀ THI THỬ

Môn thi chuyên: **TIN HỌC**

Thời gian làm bài: **150 phút** (không kể thời gian phát đề)

Ngày làm bài thi: **23/4/2025 – 05/5/2025**

Đề thi gồm 04 trang, 03 bài

Tổng quan đề thi

	Tên bài	File chương trình	File dữ liệu	File kết quả	Hạn chế thời gian	Hạn chế bộ nhớ
Bài 1	Chiếc giày thất lạc	FINDSHOE.*	FINDSHOE.INP	FINDSHOE.OUT	1 giây	1024 MB
Bài 2	Món quà cuối cấp	FOLDCORD.*	FOLDCORD.INP	FOLDCORD.OUT	1 giây	1024 MB
Bài 3	Hoán đổi chữ số	DGSWAP.*	DGSWAP.INP	DGSWAP.OUT	1 giây	1024 MB

Lưu ý:

- Thí sinh cần đăng nhập và nộp bài tại hệ thống **TGB-OJ** (<https://oj.giftedbat.edu.vn/>) sử dụng tài khoản do Ban Tổ chức kỳ thi cung cấp.
- Dấu \* được thay thế bởi PAS hoặc CPP tương ứng với ngôn ngữ lập trình Pascal hoặc C++.
- Mỗi bài gồm nhiều subtask, mỗi subtask gồm nhiều test đơn; điểm của thí sinh được tính theo từng test đơn.

Hãy lập trình giải các bài toán sau:

**Bài 1. Chiếc giày thất lạc (4,0 điểm)**

Trước tiết học bóng đá, các bạn học sinh của trường Chicken Minds đã mang giày của mình bỏ lên kệ để giày chung và thay giày chuyên dụng. Tuy nhiên, sau tiết học, các bạn nhận thấy rằng giày trên kệ đã bị sắp xếp lộn xộn. Chưa kể, có một chiếc giày đã bị thất lạc!

Cụ thể hơn, trên kệ để giày chung đang có  $n$  chiếc giày ( $n$  là số lẻ), chiếc giày thứ  $i$  được gán một giá trị  $a_i$  cho biết loại của chiếc giày đó, với mọi  $1 \leq i \leq n$ . Trong bài toán này, ta xem như hai chiếc giày trái phải là như nhau.

**Yêu cầu**

Dựa trên loại giày của những chiếc giày hiện đang có trên kệ, hãy xác định xem chiếc giày bị thất lạc là loại số mấy. Nói cách khác, hãy tìm ra một giá trị  $x$  sao cho sau khi thêm chiếc giày loại  $x$  vào kệ, ta có thể nhóm các chiếc giày thành  $\frac{n+1}{2}$  đôi giày cùng loại.

**Dữ liệu đầu vào**

Dữ liệu được đọc từ tập tin văn bản FINDSHOE.INP theo cấu trúc như sau:

- Dòng đầu tiên chứa một số nguyên lẻ  $n$  là số lượng chiếc giày trên kệ.
- Dòng thứ hai chứa  $n$  số nguyên dương cách nhau bởi dấu cách  $a_1, a_2, \dots, a_n$  mô tả các chiếc giày theo thứ tự.
- Đề bài đảm bảo luôn tồn tại duy nhất một đáp án.

## Dữ liệu đầu ra

Ghi ra tập văn bản FINDSHOE.OUT một dòng duy nhất ghi loại giày của chiếc giày bị thất lạc.

## Ví dụ

FINDSHOE.INP	FINDSHOE.OUT
7 3 10 3 5 6 5 10	6
9 5 6 7 6 7 7 6 5 6	7

## Giải thích

- Ở ví dụ đầu tiên, sau khi thêm chiếc giày loại số 6 vào kệ, ta có thể nhóm các chiếc giày thành 4 đôi lần lượt là (3, 3), (5, 5), (6, 6), (10, 10).
- Tương tự với ví dụ thứ hai, sau khi thêm chiếc giày loại số 7 vào kệ, ta có 5 đôi giày cùng loại.

## Ràng buộc

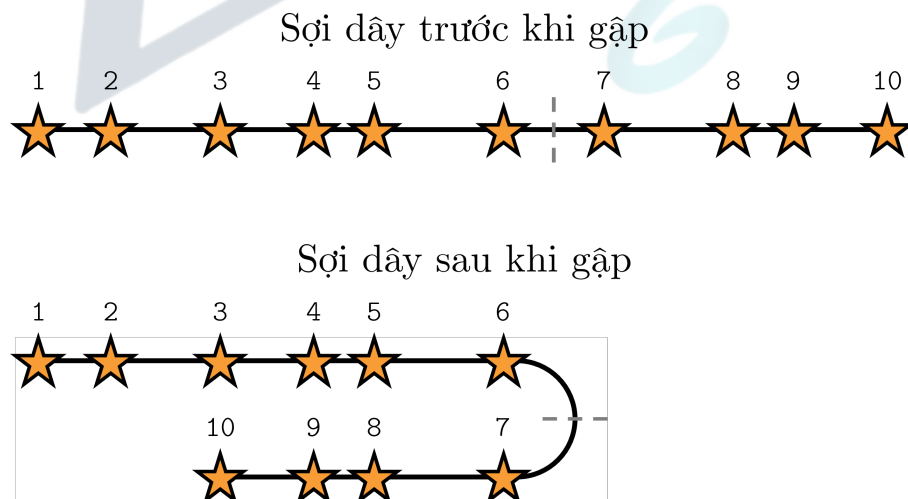
- Có 50% số test tương ứng với 50% số điểm có  $1 \leq n \leq 5000$  và  $-10^{18} \leq a_i \leq 10^{18}$ .
- Có 50% số test tương ứng với 50% số điểm có  $1 \leq n \leq 2 \cdot 10^6$  và  $-10^9 \leq a_i \leq 10^9$ .

## Bài 2. Món quà cuối cấp (3,0 điểm)

Sắp kết thúc năm học lớp 9, vì muốn tạo ấn tượng đẹp, Huy quyết định tặng một món quà cho người bạn thân nhất của mình. Cậu đã sử dụng một đoạn dây có độ dài là  $R$  ( $1 \leq R \leq 10^9$ ), trên sợi dây đó có  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^4$ ) ngôi sao.

Nếu đặt đoạn dây trên hệ trục tọa độ  $Ox$ , bắt đầu từ vị trí  $x = 0$  đến vị trí  $x = R$ , thì các ngôi sao tương ứng với các tọa độ  $a_1, a_2, \dots, a_N$  ( $a_i$  là một số nguyên không âm). Luôn tồn tại ngôi sao ở hai đầu sợi dây, nói cách khác luôn có hai số nguyên  $i, j$  thỏa  $a_i = 0$  và  $a_j = R$ .

Để tạo thêm điểm nhấn cho sợi dây, Huy quyết định tạo nút thắt ở một điểm (không nhất thiết phải là điểm có ngôi sao), sao cho khi gấp điểm đó lại, các ngôi sao từ điểm gấp thẳng hàng với nhau như hình minh họa bên dưới.



Hình 1: Hình ảnh minh họa một điểm gấp hợp lệ giữa ngôi sao thứ 6 và 7

Cụ thể hơn, xét một điểm gấp có tọa độ thực  $x_0$ , ta chia các ngôi sao thành hai tập  $A, B$  lần lượt là các ngôi sao nằm bên trái và bên phải điểm gấp. Khi đó, điểm gấp  $x_0$  được gọi là **hợp lệ** nếu thỏa mãn đồng thời:

- Điểm gấp này không trùng với hai đầu của sợi dây.
- Với mọi điểm  $u$  thuộc  $A$ , tồn tại một điểm  $v$  thuộc  $B$  sao cho  $u, v$  **cách đều** qua điểm gấp  $x_0$ , hoặc khoảng cách từ  $u$  đến  $x_0$  là lớn hơn **khoảng cách lớn nhất** giữa bất kỳ điểm  $v$  nào thuộc  $B$  đến  $x_0$ .
- Tương tự, với mọi điểm  $v$  thuộc  $B$ , tồn tại một điểm  $u$  thuộc  $A$  sao cho  $u, v$  **cách đều** qua điểm gấp  $x_0$ , hoặc khoảng cách từ  $v$  đến  $x_0$  là lớn hơn **khoảng cách lớn nhất** giữa bất kỳ điểm  $u$  nào thuộc  $A$  đến  $x_0$ .

## Yêu cầu

Cho độ dài đoạn dây  $R$  và  $N$  vị trí của các ngôi sao. Hãy đếm xem có bao nhiêu điểm gấp hợp lệ.

## Dữ liệu đầu vào

Nhập dữ liệu từ tập tin văn bản FOLDCORD.INP theo cấu trúc như sau:

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên  $N$  và  $R$  là số lượng ngôi sao và độ dài sợi dây.
- Dòng thứ hai chứa  $N$  số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_N$  cho biết tọa độ của ngôi sao trên dây. Lưu ý, thứ tự của các ngôi sao được cho là một thứ tự bất kỳ.

## Dữ liệu đầu ra

Ghi ra tập tin văn bản FOLDCORD.OUT một số nguyên duy nhất là số lượng điểm gấp thỏa mãn điều kiện đề bài.

## Ví dụ

FOLDCORD.INP	FOLDCORD.OUT
5 10 8 5 0 10 2	3

## Giải thích

Có 3 điểm gấp hợp lệ có tọa độ là 1, 5, 9.

## Ràng buộc

- Có 25% số test tương ứng với 25% số điểm có  $1 \leq N, R \leq 100$ .
- Có 75% số test tương ứng với 75% số điểm có  $1 \leq N \leq 10^4$  và  $1 \leq R \leq 10^9$ .

## Bài 3. Hoán đổi chữ số (3,0 điểm)

Trong giai đoạn nước rút chuẩn bị cho kỳ thi quan trọng, hai bạn học sinh Đạt và Khôi đã đặt ra mục tiêu học tập của mình và biểu diễn nó bằng một số nguyên  $N$ . Bên cạnh đó, hai bạn cũng sở hữu cho mình một chỉ số  $M$  là mức độ tiến bộ mỗi ngày của hai bạn, tức sau một ngày học, kiến thức tích lũy của hai bạn sẽ tăng lên  $M$  đơn vị. Ban đầu, kiến thức tích lũy của Đạt và Khôi là 0. Khi kiến thức tích lũy bằng số  $N$ , ta xem như hai bạn đạt mục tiêu.

Vì yêu thích sự hoàn hảo, Đạt và Khôi muốn rằng số ngày mà đôi bạn cần học phải là một số nguyên. Nói cách khác  $N$  phải là một bội của  $M$ .

Để đạt được điều đó, Đạt có thể hoán đổi hai chữ số bất kỳ trong hệ thập phân của  $N$  trong **tối đa 1 lần**.

## Yêu cầu

Cho số nguyên  $N = \overline{n_{k-1}n_{k-2} \dots n_1n_0}$  (với  $k$  là số chữ số có nghĩa của  $N$ ) và số nguyên  $M$ . Hãy kiểm tra xem tồn tại cách hoán đổi hai chữ số bất kỳ của  $N$  trong tối đa 1 lần để  $N$  chia hết cho  $M$  không. Nếu có, hãy chỉ ra cách hoán đổi.

Lưu ý, thí sinh **không cần** phải tìm lời giải cực tiểu hóa số thao tác hoán đổi. Nói cách khác, nếu tồn tại phương án không sử dụng lần hoán đổi nào, trong khi lời giải thí sinh sử dụng 1 lần hoán đổi, đáp án của thí sinh vẫn được chấp nhận.

Khi thực hiện thao tác hoán đổi, thí sinh có thể tạo ra số nguyên mới có số 0 ở tận cùng bên trái, tức chọn cặp chỉ số  $(i, j)$  sao cho  $i = k - 1$  và  $n_j = 0$ .

## Dữ liệu đầu vào

Nhập dữ liệu từ tập tin văn bản DGSWAP.INP theo cấu trúc như sau:

- Dòng đầu tiên và duy nhất chứa hai số nguyên  $N$  và  $M$  cho biết mục tiêu ban đầu và mức độ tiến bộ của hai bạn học sinh.

## Dữ liệu đầu ra

Ghi ra tập tin văn bản DGSWAP.OUT theo một trong ba trường hợp sau:

- Nếu tồn tại cách biến đổi số  $N$  tối đa 1 lần để có được bội của  $M$ , in ra số nguyên  $x$  (với  $x \in \{0, 1\}$ ) cho biết số thao tác cần hoán đổi. Nếu  $x = 1$ , in tiếp hai số nguyên  $i$  và  $j$  (với  $0 \leq i, j < k$  và  $i \neq j$ ) là chỉ số của hai chữ số cần hoán đổi.
- Ngược lại, in ra -1.

## Ví dụ

DGSWAP.INP	DGSWAP.OUT
12539 4	1 0 3
13579 3	-1
1200 25	0

## Giải thích

- Ở ví dụ đầu tiên, ta hoán đổi chữ số thứ 0 và thứ 3 để có được số 19532 chia hết cho 4.
- Ở ví dụ thứ hai, không có cách nào để tạo ra số chia hết cho 3.
- Ở ví dụ cuối cùng, 1200 đã chia hết cho 25 nên ta không cần hoán đổi thêm gì cả. Lưu ý, nếu thí sinh in ra 1 0 1, hệ thống vẫn chấp nhận đây là đáp án đúng.

## Ràng buộc

- Có 30% số test tương ứng với 30% số điểm có  $1 \leq N < 10^9$  và  $1 \leq M \leq 10^9$ .
- Có 40% số test tương ứng với 40% số điểm có  $1 \leq N < 10^{1000}$  và  $1 \leq M \leq 10^9$ .
- Có 30% số test tương ứng với 30% số điểm có  $1 \leq N < 10^{50000}$  và  $1 \leq M \leq 10^9$ .

— HẾT —

- Thí sinh **KHÔNG** được sử dụng tài liệu.
- Giám thị **KHÔNG** được giải thích gì thêm.