TỔ CHỨC THE GIFTED BATTLEFIELD
DỰ ÁN CHICKEN MINDS

KỲ THI THỬ TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2025 – 2026

HƯỚNG DẪN CHẤM THI
Đề thi thử

Môn thi: **TOÁN**
Thời gian làm bài: **150 phút** (không kể thời gian phát đề)
Ngày làm bài thi: **20/4/2025**
Hướng dẫn chấm thi gồm 09 trang

I. Hướng dẫn chung

1. Giám khảo chấm đúng theo Hướng dẫn chấm của Dự án Chicken Minds – Tổ chức The Gifted Battlefield.
2. Nếu thí sinh có cách trả lời khác đáp án nhưng đúng thì giám khảo vẫn chấm điểm theo biểu điểm của Hướng dẫn chấm thi.
3. Giám khảo không quy tròn điểm thành phần của từng câu, điểm của bài thi.

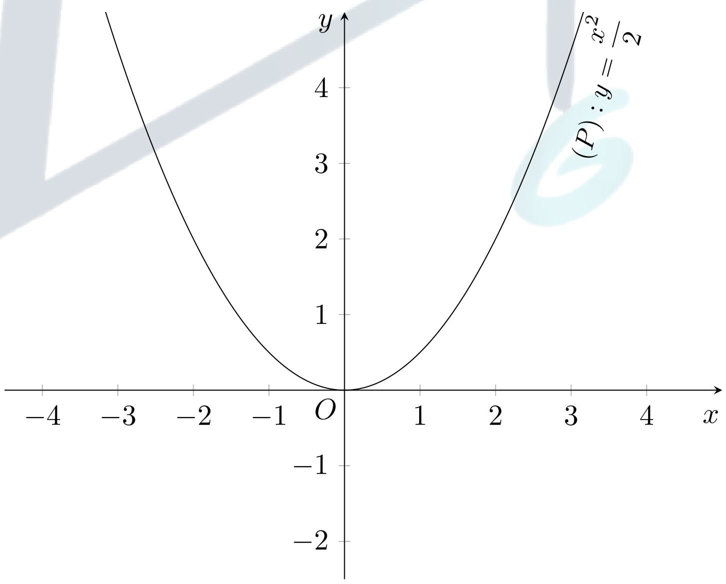
II. Đáp án và biểu điểm

Bài 1. (1,5 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{x^2}{2}$.

(a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

(b) Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) có tung độ gấp hai lần hoành độ.

Câu	Hướng dẫn	Điểm
a	**Vẽ đồ thị (P) của hàm số trên mặt phẳng tọa độ Oxy.**	**0,5**
	Lập bảng giá trị (gồm ít nhất 3 giá trị).	0,25
	Vẽ đồ thị đúng. 	0,25
	Thí sinh vẽ đồ thị bằng tay hoặc bằng thước thẳng: **không cho điểm**.	

b	**Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) có tung độ gấp hai lần hoành độ.**	**1,0**
	Điểm $M(x_M; y_M)$ thuộc (P) nên $y_M = \dfrac{x_M^2}{2}. \quad (1)$	0,25
	Điểm M có tung độ gấp hai lần hoành độ nên $y_M = 2x_M$.	0,25
	Thay $y_M = 2x_M$ vào phương trình (1) ta thu được $2x_M = \dfrac{x_M^2}{2}. \quad (2)$ Phương trình (2) có hai nghiệm $x_M = 0$ (tương ứng với $y_M = 0$) và $x_M = 4$ (tương ứng với $y_M = 8$).	0,25
	Vậy các điểm M cần tìm là $(0;0)$ và $(4;8)$.	0,25

Bài 2. (1,0 điểm)

Cho phương trình $3x^2 - 7x + 2 = 0$.

(a) Chứng minh rằng phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2.

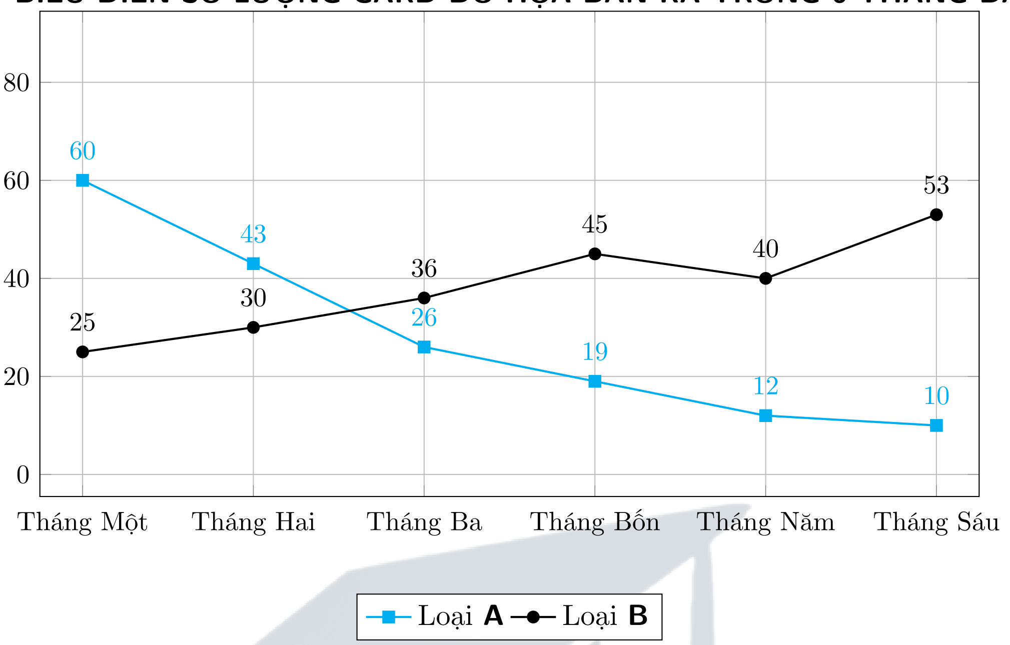
(b) Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $B = x_1^3 + x_2^3 + 2x_1x_2$.

Câu	Hướng dẫn	Điểm
a	**Chứng minh rằng phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2.**	**0,25**
	Phương trình đề bài đã cho có: $\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25 > 0.$ Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2.	0,25
b	**Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $B = x_1^3 + x_2^3 + 2x_1x_2$.**	**0,75**
	Vì phương trình có hai nghiệm phân biệt nên theo định lí Vietè, $x_1 + x_2 = \dfrac{7}{3}, \quad x_1x_2 = \dfrac{2}{3}.$	0,25
	Ta có $\begin{aligned} B = x_1^3 + x_2^3 + 2x_1x_2 &= (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2) + 2x_1x_2 \\ &= (x_1 + x_2)\left[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2\right] + 2x_1x_2 \\ &= \left(\dfrac{7}{3}\right)\left[\left(\dfrac{7}{3}\right)^2 - 3 \cdot \dfrac{2}{3}\right] + \dfrac{4}{3} \\ &= \dfrac{253}{27}. \end{aligned}$	0,5

Bài 3. (1,5 điểm)

Cho biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn số lượng card đồ họa máy tính loại **A** và loại **B** được bán ra trong 6 tháng đầu năm của một cửa hàng máy tính **X**.

BIỂU ĐỒ BIỂU DIỄN SỐ LƯỢNG CARD ĐỒ HỌA BÁN RA TRONG 6 THÁNG ĐẦU NĂM



(a) Trong 6 tháng đầu năm, tháng nào có sự chênh lệch giữa số lượng card đồ họa loại **A** và loại **B** được bán ra nhỏ nhất?

(b) Chọn ngẫu nhiên 1 tháng trong 6 tháng đầu năm, tính xác suất của các biến cố sau:

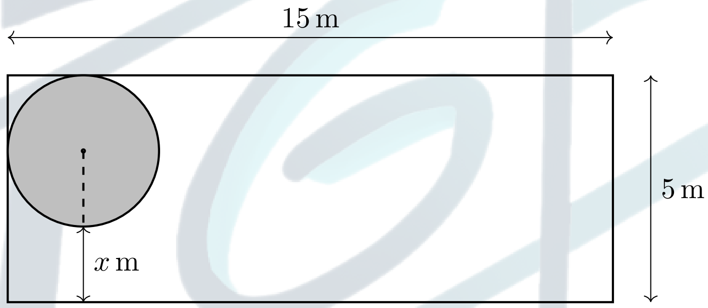
- A: "Tháng được chọn có số lượng card đồ họa loại **A** mà cửa hàng bán được không quá 40 cái."
- B: "Tháng được chọn có số lượng card đồ họa loại **B** mà cửa hàng bán được ít nhất 30 cái."

<table>
<tr><th>Câu</th><th>Hướng dẫn</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td rowspan="3">a</td><td>Trong 6 tháng đầu năm, tháng nào có sự chênh lệch giữa số lượng card đồ họa loại A và loại B được bán ra nhỏ nhất?</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>Sự chênh lệch theo từng tháng là:
<table>
<tr><th>Tháng</th><th>Sự chênh lệch</th></tr>
<tr><td>Tháng 1</td><td>$60 - 25 = 35$</td></tr>
<tr><td>Tháng 2</td><td>$43 - 30 = 13$</td></tr>
<tr><td>Tháng 3</td><td>$36 - 26 = 10$</td></tr>
<tr><td>Tháng 4</td><td>$45 - 19 = 26$</td></tr>
<tr><td>Tháng 5</td><td>$40 - 12 = 28$</td></tr>
<tr><td>Tháng 6</td><td>$53 - 10 = 43$</td></tr>
</table></td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Vậy tháng có sự chênh lệch nhỏ nhất là tháng 3.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>b</td><td>Chọn ngẫu nhiên 1 tháng trong 6 tháng đầu năm, tính xác suất của các biến cố sau:
• A: "Tháng được chọn có số lượng card đồ họa loại A mà cửa hàng bán được không quá 40 cái."
• B: "Tháng được chọn có số lượng card đồ họa loại B mà cửa hàng bán được ít nhất 30 cái."</td><td>1,0</td></tr>
</table>

	Không gian mẫu của biến cố A là tập hợp $$\Omega = \{\text{Tháng Một},\ \text{Tháng Hai},\ \text{Tháng Ba},\ \text{Tháng Bốn},\ \text{Tháng Năm},\ \text{Tháng Sáu}\}$$ có 6 phần tử, nên $n(\Omega) = 6$. Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: Tháng Ba, Tháng Bốn, Tháng Năm và Tháng Sáu. Vậy $n(A) = 4$.	0,25
	Xác suất của biến cố A là $$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$	0,25
	Tương tự, không gian mẫu của biến cố B cũng có 6 phần tử, nên $n(\Omega) = 6$. Có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố B là: Tháng Hai, Tháng Ba, Tháng Bốn, Tháng Năm, Tháng Sáu. Vậy $n(B) = 5$.	0,25
	Xác suất của biến cố B là $$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{5}{6}.$$	0,25

Bài 4. (1,0 điểm)

Một sân vườn hình chữ nhật có chiều dài là 15 mét và chiều rộng là 5 mét. Ở góc sân, người ta làm một bồn hoa hình tròn. Biết bồn hoa tiếp xúc với hai cạnh của sân, và khoảng cách từ chiều dài sân đến đường tròn là x mét (xem hình minh họa). Cho $\pi = 3,14$.



(a) Viết biểu thức S biểu diễn theo x diện tích đất còn lại sau khi đã xây bồn hoa.

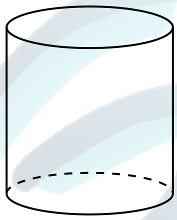
(b) Hãy tính bán kính của bồn hoa, biết diện tích đất còn lại sau khi xây bồn hoa là $62{,}44\,\mathrm{m}^2$.

<table>
<tr><th>Câu</th><th>Hướng dẫn</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td>a</td><td>Viết biểu thức S biểu diễn theo x diện tích đất còn lại sau khi đã xây bồn hoa.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>Ta tính được các đại lượng sau:
<table>
<tr><th>Diện tích sân vườn</th><th>Bán kính bồn hoa</th><th>Diện tích bồn hoa</th></tr>
<tr><td>$5 \cdot 15 = 75\ (\mathrm{m}^2)$</td><td>$\frac{5-x}{2}\ (\mathrm{m})$</td><td>$3,14 \cdot \left(\frac{5-x}{2}\right)^2\ (\mathrm{m}^2)$</td></tr>
</table></td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Diện tích phần đất còn lại là
$$S = 75 - 3,14 \cdot \left(\frac{5-x}{2}\right)^2\ (\mathrm{m}^2).$$</td><td>0,25</td></tr>
</table>

b	**Hãy tính bán kính của bồn hoa, biết diện tích đất còn lại sau khi xây bồn hoa là $62{,}44\,\mathrm{m}^2$.**	**0,5**
	Chú ý rằng x phải thỏa mãn $0 < x \leq 5$. Ta có $S = 62,44$, tức $$75 - 3,14 \cdot \left(\frac{5-x}{2}\right)^2 = 62,44. \qquad (3)$$	0,25
	Từ (3) ta thu được phương trình bậc hai $$0,785x^2 - 7,85x + 7,056 = 0.$$ Phương trình này có hai nghiệm $x = 1$ (nhận) và $x = 9$ (loại). Vậy bán kính của bồn hoa là $\dfrac{5-1}{2} = 2$ (m).	0,25
	Cách khác: Từ (3) ta thu được $\left(\dfrac{5-x}{2}\right)^2 = 4$ nên $\dfrac{5-x}{2} = 2$ (nhận) hoặc $\dfrac{5-x}{2} = -2$ (loại). Vậy bán kính của bồn hoa là $2\,\mathrm{m}$.	

Bài 5. (1,0 điểm)

Một công ty muốn sản xuất những chiếc thùng gỗ hình trụ để vận chuyển 1000 lít nước. Ban đầu, công ty dự kiến thiết kế mỗi thùng có đường kính đáy $50\,\mathrm{cm}$ và chiều cao $60\,\mathrm{cm}$. Tuy nhiên, khi chiếc thùng gỗ được sản xuất, do lỗi kỹ thuật nên đường kính và chiều cao thực tế của thùng gỗ đều giảm đi $10\,\mathrm{cm}$ so với dự kiến.



(a) Tính số lít nước mỗi thùng gỗ có thể chứa trong thực tế (*làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai*). Biết rằng 1 lít $= 1000\,\mathrm{cm}^3$ và công thức tính thể tích hình trụ là $V = \pi r^2 h$, trong đó $\pi = 3,14$, r là bán kính mặt đáy và h là chiều cao của hình trụ.

(b) Để đảm bảo an toàn khi vận chuyển, mỗi thùng chỉ được chứa tối đa một lượng nước bằng $\dfrac{2}{3}$ thể tích tối đa của nó. Vậy để vận chuyển hết 1000 lít nước, công ty này cần sản xuất thêm ít nhất bao nhiêu thùng so với dự kiến ban đầu?

Câu	Hướng dẫn	Điểm
a	**Tính số lít nước mỗi thùng gỗ có thể chứa trong thực tế (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)**	**0,25**
	Chiều cao thực tế của thùng là: $60 - 10 = 50$ (cm). Đường kính thực tế của thùng là: $50 - 10 = 40$ (cm).	0,5
	Thể tích thực tế của thùng nước là: $$V = \pi r^2 h = 3,14 \cdot \left(\frac{40}{2}\right)^2 \cdot 50 = 62800\ (\mathrm{cm}^3) = 62,8\ (\text{lít}).$$	0,25

<table>
<tr><td>b</td><td>Để đảm bảo an toàn khi vận chuyển, mỗi thùng chỉ được chứa tối đa một lượng nước bằng $\frac{2}{3}$ thể tích tối đa của nó. Vậy để vận chuyển hết 1000 lít nước, công ty này cần sản xuất thêm ít nhất bao nhiêu thùng so với dự kiến ban đầu?</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>Số lít nước trên thực tế mà mỗi thùng có thể chứa khi vận chuyển là

$$62,8 \cdot \frac{2}{3} = \frac{628}{15} \text{ (lít)}.$$

Số thùng gỗ người ta cần sử dụng trên thực tế là:

$$1000 : \frac{628}{15} \approx 23,885 \text{ (thùng)}.$$

Vậy trên thực tế, người ta cần dùng ít nhất 24 thùng gỗ để vận chuyển hết 1000 lít nước.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Thể tích nước mà mỗi thùng gỗ có thể chứa theo dự kiến là:

$$\begin{aligned}\left[3,14 \cdot \left(\frac{50}{2}\right)^2 \cdot 60\right] \cdot \frac{2}{3} &= 78500 \text{ (cm}^3\text{)} \\ &= 78,5 \text{ (lít)}.\end{aligned}$$

Số thùng cần dùng theo dự kiến là:

$$\frac{1000}{78,5} \approx 12,7 \text{ (thùng)}.$$

Vậy theo dự kiến thì người ta cần ít nhất 13 thùng gỗ để vận chuyển hết 1000 lít nước.

Điều đó có nghĩa công ty cần sản xuất thêm ít nhất $24 - 13 = 11$ thùng gỗ so với dự kiến ban đầu.</td><td>0,25</td></tr>
</table>

Bài 6. (1,0 điểm)

Trong một buổi huấn luyện tác chiến đặc biệt của tổ chức The Gifted Battlefield, bạn Thịnh được giao nhiệm vụ thiết lập hệ thống liên lạc chiến thuật từ hai loại thiết bị truyền tin:

- Thiết bị loại A có cường độ phát sóng là 5 đơn vị, và
- Thiết bị loại B có cường độ phát sóng là 15 đơn vị.

Hệ thống liên lạc chiến thuật có hai thông số đặc biệt như sau:

- *Cường độ phát sóng tổng hợp* của hệ thống liên lạc chiến thuật là tổng cường độ phát sóng của các thiết bị trong hệ thống, và
- *Cường độ phát sóng trung bình của thiết bị* của hệ thống liên lạc chiến thuật là tỉ số giữa cường độ phát sóng tổng hợp của hệ thống và số thiết bị được gắn vào hệ thống.

Để đảm bảo tín hiệu ổn định trong khu vực tác chiến, hệ thống liên lạc chiến thuật phải có cường độ phát sóng trung bình của thiết bị nằm trong khoảng từ 6 đến 12 đơn vị.

(a) Một hệ thống liên lạc chiến thuật gồm 5 thiết bị loại A và 6 thiết bị loại B. Hỏi hệ thống trên có tín hiệu ổn định trong khu vực tác chiến hay không?

(b) Bạn Thịnh đã kết nối sẵn 10 thiết bị loại A vào hệ thống liên lạc chiến thuật của mình và đang cân nhắc ghép thêm x thiết bị loại B. Tìm giá trị của x để tín hiệu của hệ thống ổn định trong khu vực tác chiến.

Câu	Hướng dẫn	Điểm
a	**Một hệ thống liên lạc chiến thuật gồm 5 thiết bị loại A và 6 thiết bị loại B. Hỏi hệ thống trên có tín hiệu ổn định trong khu vực tác chiến hay không?**	**0,5**
	Cường độ phát sóng tổng hợp của hệ thống là: $5 \cdot 5 + 6 \cdot 15 = 115$ (đơn vị). Cường độ phát sóng trung bình của thiết bị là: $\dfrac{115}{5+6} = \dfrac{115}{11} \approx 10,45$ (đơn vị). Vì $6 < \dfrac{115}{11} < 12$ nên hệ thống có tín hiệu ổn định trong khu vực tác chiến.	0,5
b	**Bạn Thịnh đã kết nối sẵn 10 thiết bị loại A vào hệ thống liên lạc chiến thuật của mình và đang cân nhắc ghép thêm x thiết bị loại B. Tìm giá trị của x để tín hiệu của hệ thống ổn định trong khu vực tác chiến.**	**0,5**
	Cường độ phát sóng tổng hợp của hệ thống là: $10 \cdot 5 + 15x = 50 + 15x$ (đơn vị). Cường độ phát sóng trung bình của thiết bị là: $\dfrac{50+15x}{10+x}$ (đơn vị).	0,25
	Để hệ thống có tín hiệu ổn định trong khu vực tác chiến thì: $$6 \le \frac{50+15x}{10+x} \le 12. \tag{4}$$ Với chú ý rằng $x \ge 0$ nên $10 + x > 0$, từ bất phương trình $6 \le \dfrac{50+15x}{10+x}$ ta thu được $$60 + 6x \le 50 + 15x,$$ suy ra $$\frac{10}{9} \le x. \tag{5}$$ Tương tự, từ bất phương trình $\dfrac{50+15x}{10+x} \le 12$ ta thu được bất phương trình $$50 + 15x \le 120 + 12x,$$ suy ra $$x \le \frac{70}{3}. \tag{6}$$ Vậy từ (5) và (6) ta suy ra nghiệm của hệ bất phương trình (4) là $$\frac{10}{9} \le x \le \frac{70}{3}.$$ Chú ý rằng vì $x \in \mathbb{N}$ nên giá trị của x để tín hiệu của hệ thống ổn định trong khu vực tác chiến là $2 \le x \le 23$.	0,25

Bài 7. (3,0 điểm)

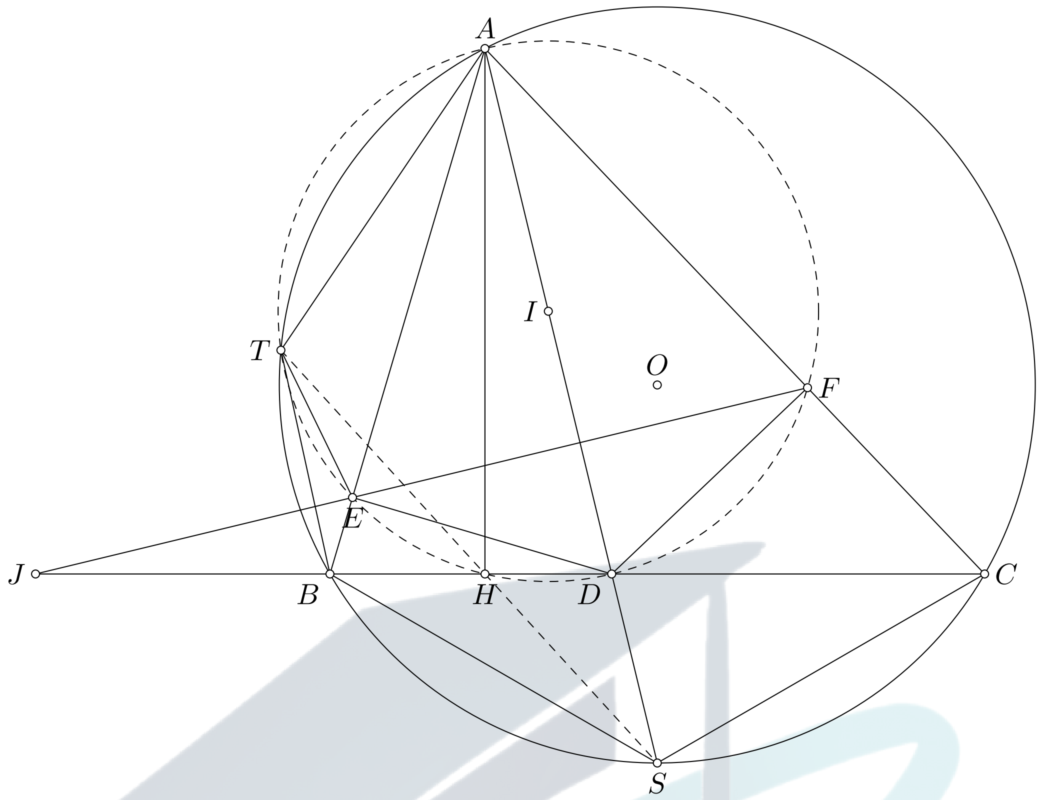
Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O, bán kính R. Tia phân giác trong của $\widehat{BAC}$ cắt BC tại D và cắt lại (O) tại S (S khác A). Gọi E và F lần lượt là hình chiếu của D lên AB và AC, và gọi H là hình chiếu của A lên BC.

(a) Chứng minh năm điểm A, E, F, D, H cùng thuộc 1 đường tròn và $AD \perp EF$.

(b) Chứng minh $\widehat{ADB} = \widehat{ACS}$ và $SB^2 = SD \cdot SA$.

(c) Đường tròn đường kính AD cắt lại (O) tại T (T khác A), EF cắt BC tại J. Chứng minh S, H, T thẳng hàng và $\widehat{ETB} = \widehat{EJB}$.

Câu	Hướng dẫn	Điểm
a	**Chứng minh năm điểm A, E, F, D, H cùng thuộc 1 đường tròn và $AD \perp EF$.**	**1,0**
	Gọi I là trung điểm AD. Các tam giác AHD, AED, AFD lần lượt vuông tại H, E, F và lần lượt có đường trung tuyến HI, EI, FI ứng với cạnh huyền AD nên $$IH = IE = IF = IA = ID.$$ Vậy năm điểm A, E, F, D, H cùng thuộc 1 đường tròn.	0,5
	Xét đường tròn $(I; ID)$: Vì $\widehat{EAD} = \widehat{FAD}$ nên $\overset{\frown}{DE} = \overset{\frown}{DF}$, suy ra $DE = DF$. Mà $IE = IF$ nên ID là đường trung trực của EF, kéo theo $ID \perp EF$ hay $AD \perp EF$.	0,5
b	**Chứng minh $\widehat{ADB} = \widehat{ACS}$ và $SB^2 = SD \cdot SA$.**	**1,0**
	Ta có: $$\begin{aligned} \widehat{ADB} &= \widehat{DAC} + \widehat{ACD} \quad (\text{góc ngoài đỉnh } D \text{ của } \Delta ADC) \\ &= \widehat{DAB} + \widehat{ACD} \quad (AD \text{ là tia phân giác của } \widehat{BAC}) \\ &= \widehat{DCS} + \widehat{ACD} \\ &= \widehat{ACS}. \end{aligned}$$	0,5
	Hai tam giác SBD và SAB có chung góc $\widehat{BSD}$ và có $\widehat{SBD} = \widehat{SAC} = \widehat{SAB}$ nên là hai tam giác đồng dạng (góc – góc), suy ra $\dfrac{SB}{SA} = \dfrac{SD}{SB}$ hay $SB^2 = SD \cdot SA$.	0,5
c	**Đường tròn đường kính AD cắt lại (O) tại T (T khác A), EF cắt BC tại J. Chứng minh S, H, T thẳng hàng và $\widehat{ETB} = \widehat{EJB}$.**	**1,0**
	Trước hết ta nhắc lại tính chất sau: tổng hai góc đối nhau của một tứ giác nội tiếp bằng 180°. Thật vậy, hai góc đối nhau sẽ lần lượt chắn cung lớn và cung nhỏ tạo bởi cùng một dây cung của đường tròn ngoại tiếp tứ giác đó, nên tổng hai góc đó bằng một nửa số đo của cả đường tròn, tức là bằng $$\frac{360^\circ}{2} = 180^\circ.$$ Từ tính chất đó, ta có biến đổi góc $$\begin{aligned} \widehat{ATH} &= 180^\circ - \widehat{ADH} \quad (\text{tứ giác } ATDH \text{ nội tiếp}) \\ &= 180^\circ - \widehat{ACS} \quad (\text{theo câu b}) \\ &= \widehat{ATS} \quad (\text{tứ giác } ATSC \text{ nội tiếp}), \end{aligned}$$ mà S và H nằm ở cùng nửa mặt phẳng bờ AT nên hai tia TH và TS trùng nhau, suy ra S, H, T thẳng hàng.	0,5
	Cuối cùng, chú ý rằng $$\begin{aligned} \widehat{ETB} &= \widehat{ATB} - \widehat{ATE} \\ &= 180^\circ - \widehat{ACB} - (180^\circ - \widehat{AFE}) \quad (\text{tứ giác } ATBC \text{ và } ATEF \text{ nội tiếp}) \\ &= \widehat{AFE} - \widehat{ACB} \\ &= \widehat{EJB} + \widehat{ACB} - \widehat{ACB} \quad (\text{góc ngoài đỉnh } F \text{ của } \triangle FCJ) \\ &= \widehat{EJB}. \end{aligned}$$ Bài toán kết thúc. □	0,5


A
I
T
O
F
E
J
B
H
D
C
S