DỰ ÁN CHICKEN MINDS BAN CHUYÊN MÔN TOÁN HỌC	KỲ THI THỬ TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NĂM HỌC 2024 – 2025
HƯỚNG DẪN CHẤM THI **Đề thi thử đợt 2**	Môn thi: **TOÁN (không chuyên)** Ngày thi: **27/4/2024** Thời gian làm bài: **120 phút** (không kể thời gian phát đề) Hướng dẫn chấm thi gồm 04 trang

I. Hướng dẫn chung

1. Giám khảo chấm đúng theo Hướng dẫn chấm của Dự án Chicken Minds – Tổ chức The Gifted Battlefield.
2. Nếu thí sinh có cách trả lời khác đáp án nhưng đúng thì giám khảo vẫn chấm điểm theo biểu điểm của Hướng dẫn chấm thi.
3. Giám khảo không quy tròn điểm thành phần của từng câu, điểm của bài thi.

II. Đáp án và biểu điểm

A. Phần trắc nghiệm (2,0 điểm – 0,2 điểm cho 1 câu trả lời đúng)

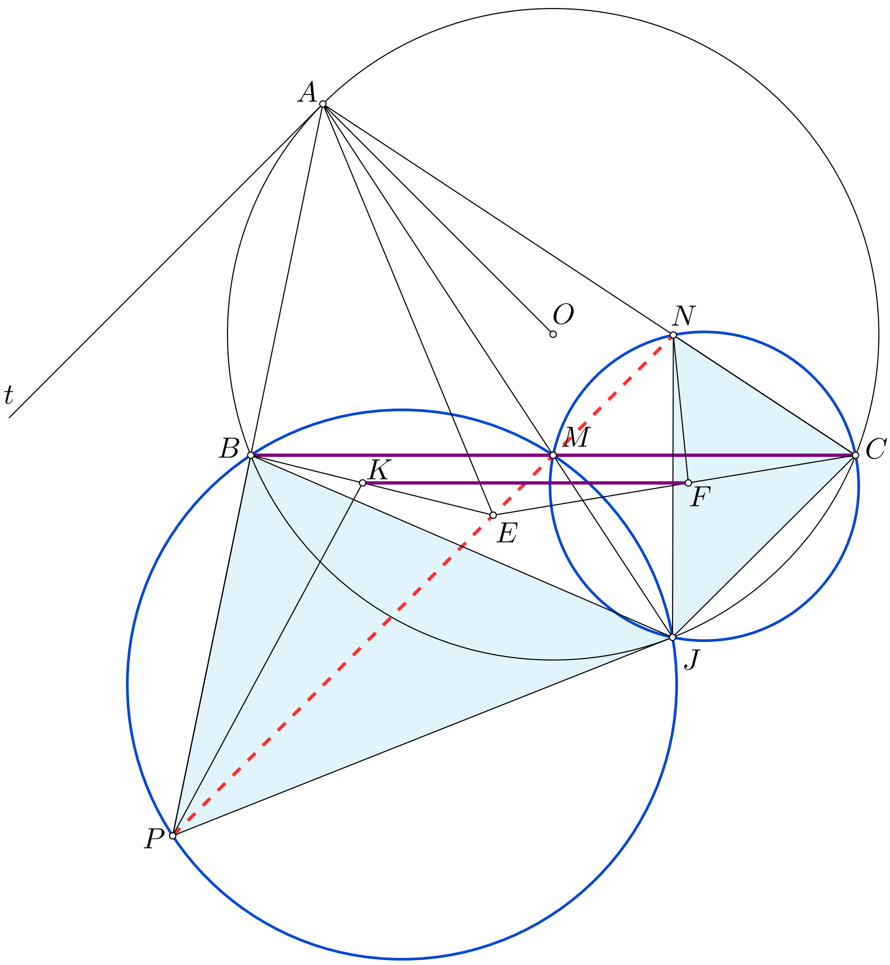
Câu hỏi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu trả lời	C	D	C	A	D	B	D	A	B	A

Lưu ý: Học sinh không kẻ bảng sẽ bị trừ một nửa số điểm của phần trắc nghiệm.

B. Phần tự luận (8,0 điểm)

Bài	Ý	Hướng dẫn	Điểm
1	**a**	**Thu gọn biểu thức P và tìm tất cả các giá trị của a để $P > \frac{1}{2}$.**	**1,0**
		i) Với $a > 0, a \neq 9$, ta có $$\begin{aligned} P &= \left(\frac{1}{\sqrt{a}-3}+\frac{1}{\sqrt{a}+3}\right)\left(1-\frac{3}{\sqrt{a}}\right) \\ &= \left[\frac{\sqrt{a}+3+\sqrt{a}-3}{(\sqrt{a}+3)(\sqrt{a}-3)}\right]\cdot\left(\frac{\sqrt{a}-3}{\sqrt{a}}\right) \\ &= \frac{2\sqrt{a}}{(\sqrt{a}+3)(\sqrt{a}-3)}\cdot\frac{\sqrt{a}-3}{\sqrt{a}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{a}+3}. \end{aligned}$$	0,5
		ii) Để $P > \frac{1}{2}$ thì $$\begin{aligned} \frac{2}{\sqrt{a}+3} > \frac{1}{2} &\Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{a}+3}-\frac{1}{2} > 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{a}}{2(\sqrt{a}+3)} > 0 \end{aligned}$$ Do $2(\sqrt{a}+3) > 0$ với mọi a nên $1-\sqrt{a} > 0 \Leftrightarrow 0 \leq a < 1$. Kết hợp với điều kiện $a > 0, a \neq 9$, ta kết luận $P > \frac{1}{2} \Leftrightarrow 0 < a < 1$.	0,5

	b	**Tính diện tích của hình thang $ABCD$.**	**0,5**
		Ta có $\widehat{CAD} = \widehat{ABC} = 60^\circ$ (cùng phụ với $\widehat{CAB}$). Xét tam giác ADC vuông tại D, ta có: $$\begin{cases} AD = CD \cdot \cot \widehat{CAD} = 30 \cdot \cot 60^\circ = 10\sqrt{3} \text{ (cm)} \\ AC = \dfrac{AD}{\cos \widehat{CAD}} = \dfrac{10\sqrt{3}}{\cos 60^\circ} = 20\sqrt{3} \text{ (cm)} \end{cases}$$ Xét tam giác ABC vuông tại C, ta có $$AB = \dfrac{20\sqrt{3}}{\sin \widehat{ABC}} = \dfrac{20\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = 40\,\text{(cm)}.$$ Diện tích hình thang $ABCD$ là: $$S_{ABCD} = \dfrac{1}{2} AD \cdot (AB + CD) = \dfrac{1}{2} \cdot 10\sqrt{3} \cdot (40 + 30) = 350\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$	0,5
2	**a**	**Giải phương trình sau trên tập số thực: $\sqrt{x-1}\left(2x^4 + 3x^3 - 2x - 3\right) = 0$.**	**0,5**
		Điều kiện xác định: $x \geq 1$.	0,25
		Phương trình ban đầu tương đương với $$\sqrt{x-1}(2x+3)(x-1)(x^2+x+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x-1} = 0 \\ 2x+3 = 0 \\ x-1 = 0 \\ x^2+x+1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \text{ (nhận)} \\ x = -\dfrac{3}{2} \text{ (loại)} \end{array}\right.$$ Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{1\}$.	0,25
	b	**Tính chiều cao ban đầu của hai ngọn nến.**	**1,0**
		Gọi a, b (cm) lần lượt là chiều cao của ngọn nến thứ nhất và ngọn nến thứ hai $(a, b > 0)$. Do tổng chiều cao của hai ngọn nến là $63\,\text{cm}$ nên $a + b = 63$. Vì ngọn nến thứ nhất cháy hết trong 6 giờ nên mỗi giờ chiều cao ngọn nến giảm đi $\dfrac{a}{6}$ cm. Sau 3 giờ, chiều cao cây nến thứ nhất là: $$a - \dfrac{3a}{6} = \dfrac{a}{2} \text{ (cm)}.$$ Vì ngọn nến thứ hai cháy hết trong 8 giờ nên mỗi giờ chiều cao ngọn nến giảm đi $\dfrac{b}{8}$ cm. Sau 3 giờ, chiều cao ngọn nến thứ hai là $$b - \dfrac{3b}{8} = \dfrac{5b}{8} \text{ (cm)}.$$ Vậy ta có hệ phương trình $$\begin{cases} a + b = 63 \\ \dfrac{a}{2} = \dfrac{5b}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 35\,\text{cm} \\ b = 28\,\text{cm} \end{cases}$$ Vậy chiều cao ban đầu của ngọn nến thứ nhất và ngọn nến thứ hai lần lượt là $35\,\text{cm}$ và $28\,\text{cm}$.	1,0

3	**a**	**Chứng minh rằng phương trình luôn có 2 nghiệm x_1, x_2 với mọi m.**	**0,5**
		Phương trình đã cho là phương trình bậc hai có: $\Delta = [-(m+3)]^2 - 8m = m^2 - 2m + 9 = (m-1)^2 + 8 > 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m.	0,5
	b	**Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \|x_1 - x_2\|$.**	**1,5**
		Do phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 nên theo định lí Viète, ta có $$\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{m+3}{2} \\ x_1 x_2 = \dfrac{m}{2} \end{cases}$$	0,5
		Ta có $$\begin{aligned} P = \|x_1 - x_2\| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} &= \sqrt{\left(\frac{m+3}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{m}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{m^2 - 2m + 9}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{(m-1)^2 + 8}}{2} \\ &\geq \frac{\sqrt{8}}{2} = \sqrt{2}. \end{aligned}$$ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $m = 1$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\sqrt{2}$ khi $m = 1$.	1
4	**a**	**Chứng minh: $\triangle BJP \backsim \triangle CJN$.**	**1**
		Xét thế hình như hình vẽ. 	1,0

Tứ giác $ABJC$ nội tiếp nên theo tính chất góc ngoài bằng góc đối trong,

$$\widehat{PBJ} = \widehat{NCJ}. \tag{1}$$

Các tứ giác $BMJP$ và $CNMJ$ nội tiếp nên

$$\widehat{BPJ} = \widehat{JMC} = \widehat{JNC}. \tag{2}$$

Từ (1) và (2) ta suy ra $\triangle BJP \sim \triangle CJN$ (g – g).

b	**Chứng minh M, N, P thẳng hàng và $OA \perp NP$.**	**1,0**

Ta có 1,0

$$\begin{aligned}\widehat{NMC} &= \widehat{NJC} \text{ (tứ giác } CNMJ \text{ nội tiếp)}\\ &= \widehat{BJP}\ (\triangle BJP \sim \triangle CJN)\\ &= \widehat{BMP} \text{ (tứ giác } BMJP \text{ nội tiếp),}\end{aligned}$$

suy ra M, N, P thẳng hàng. Dựng At là tia tiếp tuyến của (O) tại A như hình vẽ, ta có

$$\begin{aligned}\widehat{tAB} &= \widehat{AJB} \text{ (cùng chắn cung } AB \text{ của đường tròn } (O))\\ &= \widehat{MPB} \text{ (cùng nhìn cạnh } MB \text{ của tứ giác nội tiếp } BMJP),\end{aligned}$$

suy ra $At \parallel NP$. Lại có $AO \perp At$ nên $AO \perp NP$.

c	**Chứng minh $FK \parallel BC$.**	**1,0**

Các tứ giác $BMJP$ và $ABJC$ nội tiếp nên $\widehat{APN} = \widehat{AJB} = \widehat{ACB}$, suy ra $\triangle APN \sim \triangle ACB$ (g – g), kéo theo 1,0

$$\frac{AP}{AC} = \frac{AN}{AB} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{AP}{AN}. \tag{3}$$

Để ý rằng $\widehat{BMJ} = \widehat{AMC}$ và $\widehat{MBJ} = \widehat{MAC}$ nên $\triangle BMJ \sim \triangle AMC$, suy ra

$$\frac{BJ}{AC} = \frac{BM}{AM}. \tag{4}$$

Tương tự, $\triangle JMC \sim \triangle BMA$, suy ra

$$\frac{CJ}{AB} = \frac{MC}{AM}. \tag{5}$$

Với chú ý $MB = MC$, từ (4) và (5) ta suy ra

$$\frac{BJ}{AC} = \frac{CJ}{AB} \Rightarrow \frac{BJ}{CJ} = \frac{AC}{AB}. \tag{6}$$

Lại chú ý rằng $\dfrac{BP}{CN} = \dfrac{BJ}{CJ}$ ($\triangle BJP \sim \triangle CJN$) và AE là đường phân giác của $\widehat{BAC}$, từ (3) và (6) ta thu được

$$\frac{BP}{CN} = \frac{BJ}{CJ} = \frac{AC}{AB} = \frac{AP}{AN} = \frac{PE}{NE} \Rightarrow \frac{BP}{PE} = \frac{CN}{NE}. \tag{7}$$

Cuối cùng, do CE và BE lần lượt là đường phân giác của $\widehat{CNE}$ và $\widehat{BPE}$ nên từ (7) ta có

$$\frac{KB}{KE} = \frac{BP}{PE} = \frac{CN}{NE} = \frac{FC}{FE}, \tag{8}$$

suy ra $KF \parallel BC$ theo định lí Thales đảo. $\square$

Tổng điểm bài thi tự luận	**8,00**
Tổng điểm bài thi	**10,00**