

ĐỀ THI THỬ ĐỢT 2

Môn thi: **TOÁN (chuyên)**

Ngày thi: **28/4/2024**

Thời gian làm bài: **150 phút** (không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm 01 trang, 05 bài

**Bài 1. (1,5 điểm)**

Giải phương trình:

$$\sqrt{x^2 + 12} + 5 = 3x + \sqrt{x^2 + 5}.$$

**Bài 2. (2 điểm)**

Số nguyên dương  $n$  được gọi là số *tam giác* nếu nó có thể biểu diễn được thành tổng các số nguyên dương liên tiếp bắt đầu từ 1. Chẳng hạn, các số 1, 3, 6 là các số *tam giác* vì  $1 = 1$ ,  $3 = 1 + 2$  và  $6 = 1 + 2 + 3$ .

- a) 2016 có phải số *tam giác* không?  
b) Tồn tại hay không vô số số nguyên dương vừa là số *tam giác*, vừa là số chính phương?

**Bài 3. (2 điểm)**

Cho bảng ô vuông  $2024 \times 2024$ , mỗi ô vuông ban đầu điền số 1. Với mỗi thao tác ta chọn 1 hàng và 1 cột bất kỳ, ta đổi hết tất cả số 1 thành  $-1$  và số  $-1$  thành 1 trên hàng được chọn. Tương tự, ta cũng thực hiện thao tác đó với các số trên cột được chọn (Ô chung của hàng và cột được chọn sẽ đổi giá trị 2 lần, ví dụ:  $1 \Rightarrow -1 \Rightarrow 1$ ). Mỗi thao tác ta phải chọn đúng 1 hàng và 1 cột. Hỏi có bao giờ trên bảng có:

- a) 2023 số  $-1$ ?  
b) 2022 số  $-1$ ?

**Bài 4. (3 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  không cân nội tiếp đường tròn  $(O)$  có  $\widehat{BAC} > 60^\circ$ . Các đường cao  $AD, BE, CF$  của tam giác  $ABC$  đồng quy tại  $H$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ ,  $EF$  cắt  $BC$  tại  $S$ . Đường thẳng  $OD$  cắt  $(BOC)$  tại  $K$  ( $K \neq O$ ).

- a) Chứng minh  $KD$  là phân giác  $\widehat{BKC}$ . Từ đó suy ra  $SK \perp OK$ .  
b) Đường thẳng  $AM$  cắt cung  $EF$  không chứa  $D$  của  $(DEF)$  tại  $L$ . Chứng minh tứ giác  $LOMK$  nội tiếp.  
c)  $AD$  cắt  $EF$  tại  $J$ . Chứng minh  $K, L, J$  thẳng hàng.

Lưu ý:  $(XYZ)$  là ký hiệu của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $XYZ$ .

**Bài 5. (1,5 điểm)**

Cho các số thực không âm  $a, b, c$  và không có hai số nào đồng thời bằng 0. Chứng minh rằng

$$\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} \geq 2\sqrt{1 + \frac{abc}{(a+b)(b+c)(c+a)}}.$$

— HẾT —

- Thí sinh **KHÔNG** được sử dụng tài liệu.
- Giám thị **KHÔNG** được giải thích gì thêm.