

ĐỀ THI THỬ ĐỢT 1

Môn thi: **TOÁN (chuyên)**

Ngày thi: **16/3/2024 – 30/3/2024**

Thời gian làm bài: **150 phút** (không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm 01 trang, 05 bài

Bài 1. (1,25 điểm)

Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 7 \\ 9x^3 = xy^2 + 70(x - y). \end{cases}$

Bài 2. (2 điểm)

Cho a, b, c là 3 số thực không âm thỏa mãn $a^2 + 3b^2 + 5c^2 + 2abc = 15$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = a + b\sqrt{2} + c\sqrt{2}.$$

Bài 3. (1,75 điểm)

Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho $a^2 + b^2 = n$ với a, b là hai số nguyên dương nguyên tố cùng nhau và ab chia hết cho mọi số nguyên tố nhỏ hơn hoặc bằng \sqrt{n} .

Bài 4. (2 điểm)

Có một đồng sỏi gồm n viên sỏi ($n \geq 2$). A và B cùng chơi một trò chơi với đồng sỏi này như sau (hai người chơi luân phiên theo lượt).

- Đầu tiên, A sẽ bốc ít nhất một viên sỏi nhưng không bốc hết tất cả các viên sỏi.
- Ở mỗi lượt tiếp theo, người chơi sẽ bốc ít nhất một viên sỏi nhưng không được bốc quá số sỏi mà người chơi ở lượt trước đã bốc.
- Người thắng cuộc là người bốc được viên sỏi cuối cùng.

a) Với $n = 6$, xác định người luôn có chiến lược thắng.

b) Tùy theo giá trị của n , hãy xác định người chơi luôn có chiến lược thắng.

Bài 5. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC không cân nội tiếp đường tròn (O) có đường tròn nội tiếp (I) tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB lần lượt tại D, E, F . Gọi I_b và I_c lần lượt là tâm đường tròn bàng tiếp góc B và C của $\triangle ABC$.

a) Gọi R_b là bán kính của đường tròn bàng tiếp góc B của $\triangle ABC$.

Chứng minh rằng $R_b = \frac{S_{ABC}}{p - AC}$ với p và S_{ABC} lần lượt là nửa chu vi và diện tích của $\triangle ABC$.

b) Gọi K là điểm đối xứng với E qua C . Chứng minh rằng tứ giác $AFKI_b$ nội tiếp.

c) Kí hiệu (XYZ) là đường tròn ngoại tiếp tam giác (XYZ) .

Chứng minh rằng $(AFI_b), (AEI_c), (AID)$ và (O) đồng quy tại hai điểm.

— HẾT —

• Thí sinh **KHÔNG** được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

• Giám thị **KHÔNG** được giải thích gì thêm.