

**ĐỀ THI THỬ ĐỢT 2**

Môn thi: **TOÁN (chuyên)**

Ngày thi: **09/04/2023 – 16/04/2023**

Thời gian làm bài: **150 phút** (không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm 01 trang, 05 bài

**Bài 1. (1,5 điểm)**

Cho các số thực dương  $x, y, z$  thỏa mãn:

$$x + \frac{2y}{z} = y + \frac{2z}{x} = z + \frac{2x}{y} = 3.$$

- Chứng minh rằng  $x + y + z \leq 3$ .
- Hãy tìm tất cả các bộ số thực dương  $(x, y, z)$  thỏa mãn hệ phương trình trên.

**Bài 2. (2,0 điểm)**

Cho  $n$  là số nguyên dương khác 1. Gọi  $d_1, d_2, \dots, d_k$  là các ước nguyên dương của  $n$  sao cho

$$1 = d_1 < d_2 < \dots < d_k = n.$$

Đặt  $s = d_1 + d_2 + \dots + d_k$ .

- Chứng minh rằng  $s < n^2$ .
- Chứng minh rằng nếu  $n + 1$  chia hết cho 24 thì  $s$  chia hết cho 24.
- Chứng minh rằng  $d_1d_2 + d_2d_3 + \dots + d_{k-1}d_k < n^2$ .

**Bài 3. (1,5 điểm)**

Cho ba số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn đẳng thức  $a + b + c = \frac{1}{abc}$ . Chứng minh rằng:

$$\sqrt{\frac{(1 + b^2c^2)(1 + a^2c^2)}{c^2 + a^2b^2c^2}} < \sqrt{(a^2 + b^2 + 1)(c^2 + 2)} - c.$$

**Bài 4. (2,0 điểm)**

Cho số nguyên dương  $n \geq 4$  và  $T$  là một tập hợp con của tập hợp các số nguyên dương từ 1 đến  $n$  sao cho số phần tử của  $T$  lớn hơn  $\frac{n}{4}$ . Chứng minh rằng tồn tại ba phần tử  $a, b, c$  (không nhất thiết phân biệt) của tập  $T$  sao cho có ít nhất một trong ba số  $a + b, a + b - c, a + b + c$  chia hết cho  $n$ .

**Bài 5. (3,0 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Phân giác trong của  $\widehat{BAC}$  cắt  $BC$  và  $(O)$  lần lượt tại hai điểm  $E$  và  $F$ . Tiếp tuyến tại  $A$  của  $(O)$  cắt  $BC$  tại điểm  $J$ . Gọi  $M, N, K$  lần lượt là trung điểm của  $BC, AE$  và  $AB$ .

- Chứng minh rằng tứ giác  $JNMF$  nội tiếp.
- $JK$  cắt  $AE$  tại  $S$ ;  $JN$  cắt  $AB$  và  $AC$  lần lượt tại hai điểm  $P$  và  $Q$ . Chứng minh rằng  $\left(\frac{JP}{JQ}\right)^2 = \frac{PB}{QC}$ .
- Đường thẳng qua  $N$  song song với  $JA$  cắt  $AB$  và  $JK$  lần lượt tại  $G$  và  $I$ . Chứng minh rằng  $N$  là trung điểm của  $GI$  và  $NK$  đi qua trung điểm của  $PS$ .

— HẾT —

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.