Các vấn đề về năng lượng trong nhiệt động lực học

Ban chuyên môn Vật lý – The Gifted Battlefield

Xuất bản vào Ngày 15 tháng 9 năm 2022

I. Các vấn đề năng lượng của khí lý tưởng

1. Nội năng

Đối với vật bất kì, nội năng là tổng động năng chuyển động nhiệt của các phân tử và tổng thế năng tương tác giữa các phân tử

$$U = \sum W_{đ_i} + \sum W_{t_{ij}}$$

Đối với khí thực, nội năng là tổng động năng chuyển động nhiệt của các phân tử khí và tổng thế năng tương tác giữa các phân tử khí.

Đối với khí lý tưởng, ta bỏ qua lực tương tác giữa các nguyên tử và phân tử khí nên bỏ qua thế năng tương tác giữa chúng. Vậy nên nội năng khí lý tưởng là

$$U = \sum W_{đ_i}$$

Theo cơ học cổ điển, động năng trung bình của 1 phân tử khí là $\overline{W_đ} = \dfrac{m\overline{v^2}}{2}$

Mà khối lượng 1 phân tử khí $m = \dfrac{\mu}{N_A}$ và tốc độ bình phương trung bình (tốc độ quân phương) $\overline{v^2} = \dfrac{3RT}{\mu}$

$$\implies \overline{W_đ} = \frac{3RT}{2N_A} = \frac{3}{2}kT$$

Đối với mọi phân tử thì $v^2 = {v_x}^2 + {v_y}^2 + {v_z}^2$. Vì do có rất nhiều phân tử và chúng đều chuyển động theo những hướng ngẫu nhiên nên tốc độ quân phương trên ba phương x, y, z là bằng nhau $\overline{{v_x}^2} = \overline{{v_y}^2} = \overline{{v_z}^2} = \dfrac{\overline{v^2}}{3}$

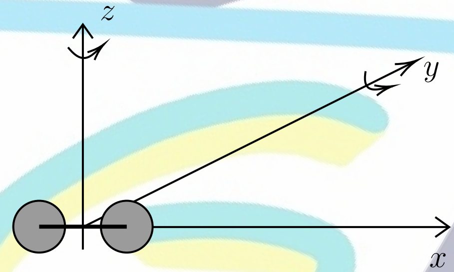
Vậy nên động năng của mỗi bậc tự do là bằng nhau và bằng $\frac{1}{2}kT$

$$\frac{m\overline{v_x^2}}{2} = \frac{m\overline{v_y^2}}{2} = \frac{m\overline{v_z^2}}{2} = \frac{m}{2}\frac{\overline{v^2}}{3} = \frac{\overline{W_đ}}{3} = \frac{1}{2}kT$$

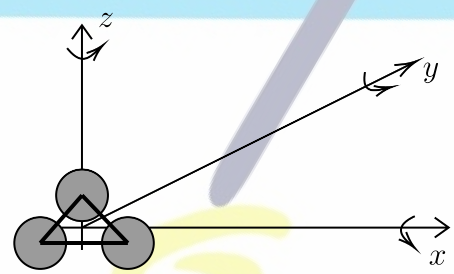
+ Đối với khí đơn nguyên tử, mỗi phân tử khí có 3 bậc tự do (chuyển động tịnh tiến dọc theo 3 trục x, y, z) nên động năng trung bình của 1 phân tử khí là $\overline{W_đ} = \frac{3}{2}kT$ và nội năng của khí là $U = N\overline{W_đ}$ với N là tổng số phân tử khí.

$$\Longrightarrow U = N\frac{3RT}{2N_A} = \frac{3}{2}\nu RT$$

+ Đối với khí lưỡng nguyên tử, mỗi phân tử khí có 5 bậc tự do (3 bậc tự do của khí đơn nguyên tử, chuyển động quay quanh trục y và z) nên động năng trung bình của 1 phân tử khí là $\overline{W_đ} = \frac{5}{2}kT$ và nội năng của khí là $U = \frac{5}{2}\nu RT$



+ Đối với khí gồm 3 nguyên tử trở lên, mỗi phân tử khí có 6 bậc tự do (5 bậc tự do của khí lưỡng nguyên tử, chuyển động quay quanh trục x) nên động năng trung bình của 1 phân tử khí là $\overline{W_đ} = \frac{6}{2}kT$ và nội năng của khí là $U = \frac{6}{2}\nu RT$



Tuy nhiên, đối với khí CO_2, các nguyên tử của nó nằm trên cùng 1 đường thẳng giống khí lưỡng nguyên tử nên các phân tử khí CO_2 chỉ có 5 bậc tự do.

* **Tóm lại:** Nội năng của khí lý tưởng $U = \frac{i}{2}\nu RT$ với i là số bậc tự do của khí.

2. Nhiệt năng

Nhiệt năng Q là phần năng lượng hệ nhận được hoặc mất đi trong quá trình truyền nhiệt

Trong cấp học THCS, chúng ta đã quen thuộc với công thức $Q = mc\Delta t$ với c là nhiệt dung riêng, thường là của chất lỏng và chất rắn. Đối với chất khí, người ta thường sử dụng một đại lượng tương tự là nhiệt dung mol, được định nghĩa là nhiệt lượng cần cung cấp cho 1 mol khí tăng lên $1K(1°\text{C})$ trong 1 quá trình biến đổi nhất định

$$C = \frac{1}{\nu}\frac{dQ}{dT}$$

+ Nhiệt dung mol đẳng tích C_V: nhiệt lượng cần cung cấp cho 1 mol khí tăng lên $1K(1°\text{C})$ trong quá trình đẳng tích

$$C_V = \frac{1}{\nu}\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_V$$

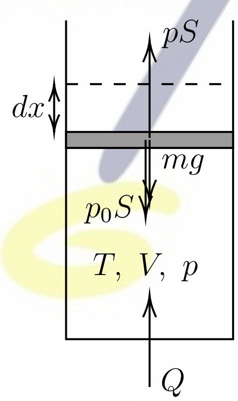
+ Nhiệt dung mol đẳng áp C_p: nhiệt lượng cần cung cấp cho 1 mol khí tăng lên $1K(1°\text{C})$ trong quá trình đẳng áp

$$C_p = \frac{1}{\nu}\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_p$$

+ Nhiệt dung mol trong quá trình đa biến (Politropic): quá trình đa biến là quá trình có nhiệt dung mol C không đổi trong suốt quá trình đó

$$C = \frac{1}{\nu}\frac{dQ}{dT} = const$$

3. Công của chất khí



Công vi phân của chất khí trong 1 quá trình bất kì là

$$dA = Fdx = pSdx = pdV$$

$\Longrightarrow$ Tổng công của khối khí trong 1 quá trình là

$$A = \sum dA = \sum pdV = \oint_{(1)}^{(2)} pdV$$

4. Quá trình thuận nghịch và quá trình không thuận nghịch

a. Quá trình thuận nghịch

Quá trình thuận nghịch là quả trình có thể tiến hành theo chiều thuận hoặc chiều nghịch, trong đó hệ khí khi tiến hành theo chiều nghịch phải đi qua tất cả các trạng thái trung gian của quá trình được tiến hành theo chiều thuận. Có thể hiểu quá trình thuận nghịch là quá trình mà dù tiến hành theo chiều thuận hay chiều nghịch thì đồ thị trạng thái của khí trên giản đồ $P - V$ là giống nhau, chỉ ngược nhau về chiều tiến triển của quá trình.

Hệ quả:
+ Các trạng thái trung gian là các trạng thái cân bằng.
+ Công trong 1 quá trình thuận nghịch luôn đạt giá trị cực đại.
+ Khi trở về trạng thái cũ, nhiệt lượng hệ không thay đổi và môi trường không bị biến đổi:

$$\begin{cases} A_{12} = -A_{21} \\ Q_{12} = -Q_{21} \end{cases}$$

b. Quá trình không thuận nghịch

Quá trình không thuận nghịch là quá trình mà khi diễn tiến theo chiều ngược lại, hệ không đi qua các trạng thái trung gian như chiều thuận. Do vậy, khi hệ trở về trạng thái ban đầu thì môi trường xung quanh bị biến đổi:

$$\begin{cases} A_{12} \neq -A_{21} \\ Q_{12} \neq -Q_{21} \end{cases}$$

5. Nguyên lý I nhiệt động lực học

Nguyên lý I nhiệt động lực học có thể được phát biểu bằng nhiều cách, tùy thuộc vào cách ta quy ước các đại lượng, nhưng về bản chất vẫn là sự bảo toàn năng lượng. Ở đây ta chỉ nói đến 1 trong những cách thường được sử dụng nhất:

Nhiệt lượng Q cung cấp cho khối khí một phần làm tăng nội năng ΔU cho khối khí, một phần khí dùng để thực hiện công A lên vật khác

$$Q = \Delta U + A$$

Hay viết dưới dạng vi phân là

$$\delta Q = dU + dA$$

***Quy ước:**

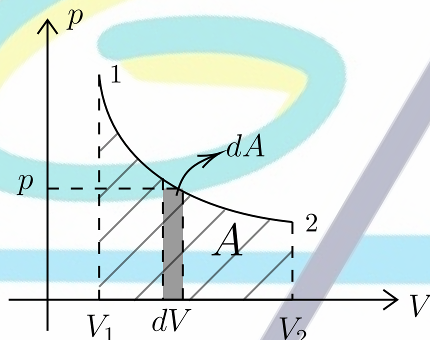
+ $Q > 0$ thì khí nhận nhiệt, $Q < 0$ thì khí nhường nhiệt.

+ $\Delta U > 0$ thì nội năng khí tăng, $\Delta U < 0$ thì nội năng khí giảm.

+ $A > 0$ thì khí giãn nở và thực hiện công lên vật khác, $A < 0$ thì khí co lại và nhận công từ vật khác.

Áp dụng nguyên lý I cho các quá trình của khí lý tưởng:

+ Quá trình đẳng nhiệt:

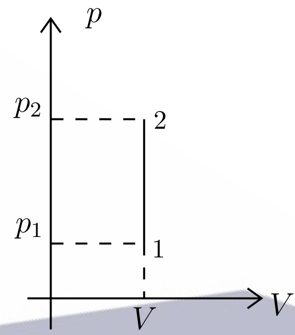


Do nội năng khí lý tưởng chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ nên trong quá trình đẳng nhiệt, nội năng của khí không đổi. Vậy nên $\Delta U = 0$

$$\Longrightarrow Q = A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT}{V} dV = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$\Longrightarrow$ Trong quá trình đẳng nhiệt, nhiệt lượng Q khí thu được dùng để thực hiện công A lên vật khác.

+ Quá trình đẳng tích:



Trong quá trình đẳng tích, thể tích khí không đổi nên khí không sinh công ($A = 0$). Vậy nên nhiệt năng Q khí thu được dùng để làm tăng nội năng ΔU.

$$\Longrightarrow Q = \Delta U$$

Mặt khác, nhiệt lượng Q khí nhận được trong quá trình này có thể được tính bằng

$$Q = \nu C_V \Delta T$$

Vậy nên

$$\Delta U = \nu C_V \Delta T$$

Từ đó ta suy ra được biểu thức của nội năng U

$$U = \nu C_V T + U_0$$

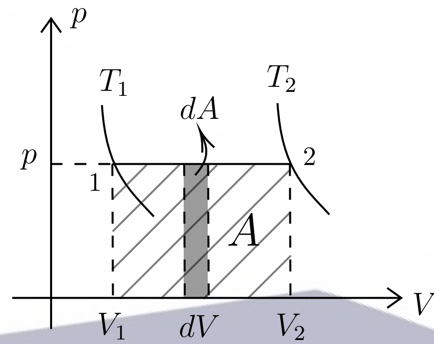
trong đó U_0 là nội năng của khí ở không độ tuyệt đối. Có thể chọn $U_0 = 0$ và ta có

$$U = \nu C_V T$$

Biểu thức trên đúng với mọi quá trình của khí lý tưởng, không nhất thiết phải là quá trình đẳng tích. Kết hợp với $U = \frac{i}{2}\nu RT$, ta suy ra được biểu thức nhiệt dung mol đẳng tích của khí lý tưởng là

$$C_V = \frac{i}{2}R$$

+ Quá trình đẳng áp:



Trong quá trình đẳng áp, áp suất của khí không thay đổi, dẫn tới công khí thực hiện có thể được tính theo

$$A = \sum pdV = p \sum dV = p\Delta V = p(V_2 - V_1)$$

Và nội năng của khí là

$$\Delta U = \nu C_V \Delta T = \nu C_V (T_2 - T_1)$$

Vậy nên nhiệt lượng Q khí thu được trong cả quá trình là

$$\begin{aligned} Q &= \Delta U + A \\ &= \nu C_V (T_2 - T_1) + p(V_2 - V_1) \\ &= \nu C_V (T_2 - T_1) + \nu R(T_2 - T_1) \\ &= \nu (C_V + R)(T_2 - T_1) \end{aligned}$$

Mặt khác, nhiệt lượng Q khí nhận được trong quá trình này có thể được tính bằng

$$Q = \nu C_p \Delta T = \nu C_p (T_2 - T_1)$$

Từ đó ta có được mối quan hệ giữa nhiệt dung mol đẳng áp và nhiệt dung mol đẳng tích của khí lý tưởng, hay còn gọi là hệ thức Mayer

$$C_p = C_V + R$$

+ Quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch:

Trong quá trình đoạn nhiệt, khí không trao đổi nhiệt với môi trường xung quanh. Nói cách khác, $\delta Q = 0$

$$\begin{aligned} &\implies dU = -dA \\ &\iff \nu C_V dT = -pdV \qquad (1) \end{aligned}$$

Mặt khác, ta có $pV = \nu RT$

$$\Longrightarrow V dp + p dV = \nu R dT \tag{2}$$

Từ (1) và (2) $\Longrightarrow C_V(Vdp + pdV) = -RpdV$

$$\Longleftrightarrow C_V V dp = -(C_V + R) p dV$$

$$\Longleftrightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{C_p}{C_V}\frac{dV}{V}$$

Đặt $\gamma = \dfrac{C_p}{C_V}$ là hệ số đoạn nhiệt, ta được

$$\int_{p_0}^{p} \frac{dp}{p} = -\gamma \int_{V_0}^{V} \frac{dV}{V}$$

$$\Longleftrightarrow \ln\frac{p}{p_0} = -\gamma \ln\frac{V}{V_0} = \ln\left(\frac{V_0}{V}\right)^{\gamma}$$

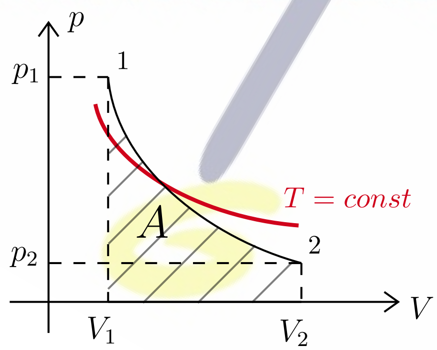
$$\Longleftrightarrow \frac{p}{p_0} = \left(\frac{V_0}{V}\right)^{\gamma}$$

$$\Longleftrightarrow pV^{\gamma} = p_0 {V_0}^{\gamma} = ... = const$$

Phương trình trên là phương trình đoạn nhiệt của khí lý tưởng, còn gọi là phương trình Poisson, và có thể được viết lại là

$$TV^{\gamma-1} = T_0 {V_0}^{\gamma-1} = ... = const$$

Trong hệ trục tọa độ (p, V), đường đoạn nhiệt luôn dốc hơn đường đẳng nhiệt



Từ phương trình đoạn nhiệt, ta có thể tính được công A mà khí đã thực hiện khi chuyển từ trạng thái 1 sang 2

$$\begin{aligned}
A &= \int_{V_1}^{V_2} pdV \\
&= \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^\gamma} \\
&= \frac{p_1 {V_1}^\gamma}{1-\gamma}\left(\frac{1}{{V_2}^{\gamma-1}} - \frac{1}{{V_1}^{\gamma-1}}\right) \\
&= \frac{1}{\gamma-1}\left(\frac{p_1 {V_1}^\gamma}{{V_1}^{\gamma-1}} - \frac{p_2 {V_2}^\gamma}{{V_2}^{\gamma-1}}\right) \\
&= \frac{1}{\gamma-1}(p_1 V_1 - p_2 V_2) \\
&= \frac{\nu R}{\gamma-1}(T_1 - T_2)
\end{aligned}$$

+ Quá trình polytropic thuận nghịch:

- Trong quá trình polytropic, nhiệt dung mol C của khí luôn không đổi. Vậy nên $\delta Q = \nu C dT$. Kết hợp với nguyên lý I nhiệt động lực học, ta được

$$\nu C dT = \nu C_V dT + pdV$$

Mặt khác, ta có $Vdp + pdV = \nu RdT$

$$\Longrightarrow (Vdp + pdV)C = (Vdp + pdV)C_V + RpdV$$

$$\Longleftrightarrow (C - C_V)Vdp = (C_V + R - C)pdV$$

$$\Longleftrightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{C - C_p}{C - C_V}\frac{dV}{V}$$

Đặt $n = \dfrac{C - C_p}{C - C_V}$ là hệ số polytropic, ta được

$$\int_{p_0}^{p} \frac{dp}{p} = -n \int_{V_0}^{V} \frac{dV}{V}$$

$$\Longleftrightarrow \ln\frac{p}{p_0} = -n \ln\frac{V}{V_0} = \ln\left(\frac{V_0}{V}\right)^n$$

$$\iff \frac{p}{p_0} = \left(\frac{V_0}{V}\right)^n$$

$$\iff pV^n = p_0{V_0}^n = ... = const$$

Phương trình trên là phương trình polytropic của khí lý tưởng và có thể được viết lại là

$$TV^{n-1} = T_0{V_0}^{n-1} = ... = const$$

Ta thấy rằng phương trình trên có dạng tương tự phương trình đoạn nhiệt của khí lý tưởng. Vậy nên để tính được công A mà khí đã thực hiện khi chuyển từ trạng thái 1 sang 2 ta cũng làm tương tự với quá trình đoạn nhiệt. Từ đó ta có biểu thức của A là

$$A = \frac{1}{n-1}(p_1V_1 - p_2V_2)$$
$$= \frac{\nu R}{n-1}(T_1 - T_2)$$

Nếu quá trình polytropic là quá trình đẳng nhiệt thì $C \to \infty$, dẫn đến $n \to 1$. Vậy nên phương trình polytropic sẽ trở thành

$$pV = p_0V_0 = const$$

Nếu quá trình polytropic là quá trình đẳng áp thì $C = C_p$, dẫn đến $n = 0$. Vậy nên phương trình polytropic sẽ trở thành

$$p = p_0 = const$$

Nếu quá trình polytropic là quá trình đoạn nhiệt thì $C = 0$, dẫn đến $n = \gamma$. Vậy nên phương trình polytropic sẽ trở thành

$$pV^\gamma = p_0{V_0}^\gamma = ... = const$$

Nếu quá trình polytropic là quá trình đẳng tích thì $C = C_V$, dẫn đến $V = V_0$ và $n \to \infty$. Vậy nên phương trình polytropic sẽ trở thành

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{V_0}{V}\right)^n = \lim_{n\to\infty} 1^n = 1$$

Tuy nhiên biểu thức này lại không giống với những gì ta biết về quá trình đẳng tích là $\frac{p}{p_0} = \frac{T}{T_0}$. Điều này là vì dù ta nói thể tích khí không thay đổi, nó sẽ luôn có những sai khác giữa các trạng thái của khí. Bình thường thì những sai số đó rất bé nên ta có thể bỏ qua và coi như thể tích khí không đổi, nhưng trong trường hợp này thì những sai số đó được mũ lên vô hạn lần nên ta không thể bỏ qua chúng. Nói cách khác, số 1 trong 1^n không thực sự bằng 1 mà có thể là 1.000000001 hay 0.99999999999 và $\lim_{n\to\infty} 1^n$ chưa chắc bằng 1. Đây là 1 trong những dạng vô định của giới hạn hàm số và vì vậy nên ta không thể sử dụng phương trình polytropic cho quá trình này. Tuy nhiên, điều này không có nghĩa là phương trình polytropic sai đối với quá trình đẳng tích. Nếu ta quay lại dạng vi phân của phương trình, cụ thể là

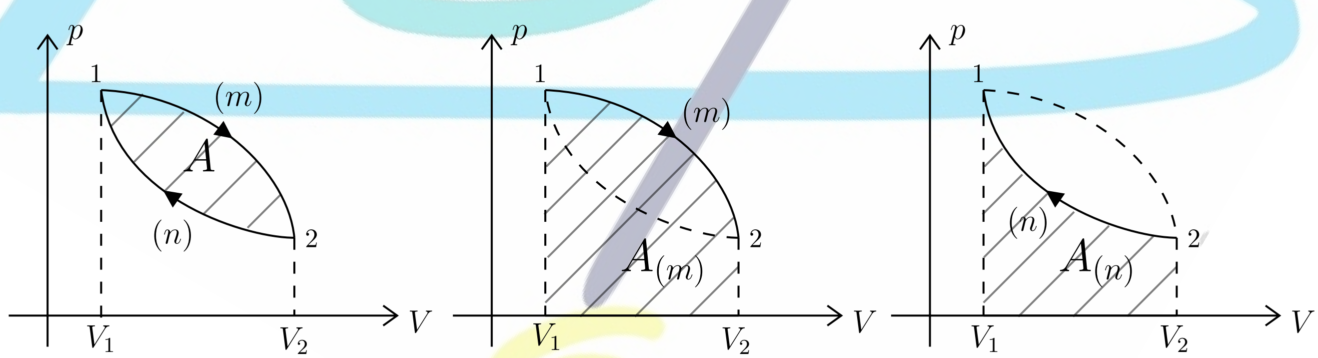
$$(C - C_V)\frac{dp}{p} = -(C - C_p)\frac{dV}{V}$$

ta sẽ thấy khi $C = C_V$ và $V = const$ thì cả 2 vế của phương trình trên sẽ bằng 0 và vì vậy nên phương trình polytropic vẫn thỏa quá trình đẳng tích.

6. Chu trình

a. Chu trình

Chu trình là một quá trình mà trạng thái cuối trùng với trạng thái đầu. Chu trình cân bằng có thể được biểu diễn trên đồ thị (p, V) bằng một đường cong khép kín. Lượng khí biến đổi theo chu trình gọi là tác nhân. Công A mà tác nhân sinh ra trong một chu trình có độ lớn bằng số đo diện tích của hình giới hạn bởi đường biểu diễn, và có dấu dương nếu chu trình diễn biến theo chiều kim đồng hồ trên đường biểu diễn, có dấu âm nếu ngược lại.



Như trong hình minh họa trên, chu trình $1(m)2(n)1$ được ghép từ 2 quá trình $1(m)2$ và $2(n)1$. Công mà khí sinh ra trong quá trình $1(m)2$ là

$$A_{(m)} = \text{ Số đo } S_{1(m)2,V_2,V_1,1} > 0$$

và trong quá trình $2(n)1$ là

$$A_{(n)} = -\text{ Số đo } S_{2(n)1,V_1,V_2,2} < 0$$

Công A sinh ra trong cả chu trình là tổng đại số của các công sinh ra trong từng giai đoạn của chu trình, vậy nên

$$A = A_{(m)} + A_{(n)} = \text{ Số đo } S_{1(m)2(n)1}$$

Tương tự với công, có giai đoạn trong chu trình khí nhận nhiệt lượng , có giai đoạn khác khí nhường nhiệt lượng (nhận nhiệt lượng âm). Nhiệt lượng Q mà khí nhận được trong chu trình bằng tổng đại số các nhiệt lượng nhận được trong từng giai đoạn của chu trình.

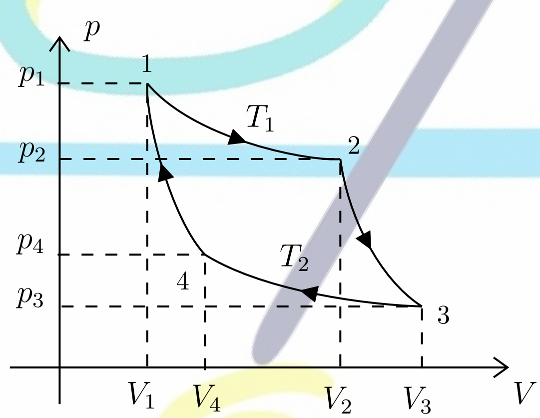
Theo nguyên lý I thì $Q = \Delta U + A$ nhưng trạng thái đầu của tác nhân trùng với trạng thái cuối nên $\Delta U = 0$. Từ đó ta có tổng đại số nhiệt lượng nhận được bằng với tổng đại số công sinh ra A

$$Q = A$$

b. Chu trình Carnot

Để thuận lợi trong việc vận dụng nguyên lý I, ta khảo sát một chu trình biến đổi đặc biệt gọi là chu trình Carnot. Chu trình Carnot là một chu trình gồm có hai quá trình đẳng nhiệt xen kẽ với hai quá trình đoạn nhiệt.

Sau đây ta xét ν mol khí lý tưởng thực hiện chu trình Carnot thuận nghịch



+ 1-2 là quá trình đẳng nhiệt ở nhiệt độ T_1, khí giãn, nhận nhiệt lượng

$$Q_1 = A_1 = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} > 0$$

+ 2-3 là quá trình đoạn nhiệt, khí giãn đoạn nhiệt và sinh công

$$A_2 = \frac{\nu R}{\gamma - 1}(T_1 - T_2) > 0$$

+ 3-4 là quá trình đẳng nhiệt ở nhiệt độ T_2, khí bị nén, nhận nhiệt lượng

$$Q_2 = A_3 = \nu R T_2 \ln \frac{V_4}{V_3} < 0$$

Do nhiệt lượng có giá trị âm nên thực tế khí đã nhường một nhiệt lượng Q_2' cho môi trường bên ngoài

$$Q_2' = -Q_2 = \nu R T_2 \ln \frac{V_3}{V_4}$$

+ 4-1 là quá trình đoạn nhiệt, khí giãn đoạn nhiệt và sinh công

$$A_4 = \frac{\nu R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) < 0$$

Do công có giá trị âm nên thực tế khí đã nhận một công A_4' từ môi trường bên ngoài

$$A_4' = -A_4 = \frac{\nu R}{\gamma - 1}(T_1 - T_2)$$

Kết quả của chu trình là lượng khí nhận nhiệt lượng Q_1 từ nguồn nóng ở nhiệt độ T_1, nhường nhiệt lượng Q_2' cho nguồn lạnh ở nhiệt độ T_2 và sinh công A

$$\begin{aligned} A &= A_1 + A_2 + A_3 + A_4 \\ &= \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + \frac{\nu R}{\gamma - 1}(T_1 - T_2) + \nu R T_2 \ln \frac{V_4}{V_3} + \frac{\nu R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) \\ &= \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + \nu R T_2 \ln \frac{V_4}{V_3} \end{aligned}$$

Mà ta cũng có $T_1 {V_2}^{\gamma-1} = T_2 {V_3}^{\gamma-1}$ trong quá trình 2-3 và $T_1 {V_1}^{\gamma-1} = T_2 {V_4}^{\gamma-1}$ trong quá trình 4-1. Chia 2 phương trình vế theo vế, ta được

$$\frac{{V_2}^{\gamma-1}}{{V_1}^{\gamma-1}} = \frac{{V_3}^{\gamma-1}}{{V_4}^{\gamma-1}}$$

$$\Longleftrightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

Từ đó ta có công khí sinh ra trong cả quá trình là

$$A = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} - \nu RT_2 \ln\frac{V_2}{V_1} = \nu R(T_1 - T_2)\ln\frac{V_2}{V_1}$$

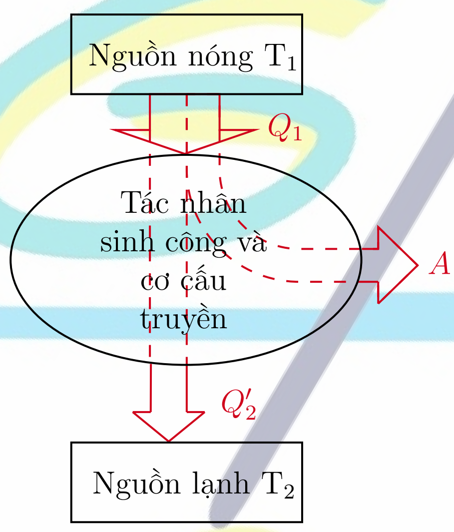
Bên cạnh đó, ta cũng có

$$\frac{Q_2'}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

Với $Q_2' = -Q_2$ là nhiệt lượng khí nhường. Đây là một phương trình có ý nghĩa rất lớn trong nhiệt động lực học: **Tỉ số nhiệt lượng mà tác nhân trao đổi với hai nguồn trong chu trình Carnot bằng tỉ số nhiệt độ của hai nguồn ấy.**

7. Động cơ nhiệt

Động cơ nhiệt là dụng cụ biến đổi nhiệt lượng thành công. Nhiệt lượng thường được nhận từ sự đốt cháy nhiên liệu. Các động cơ nhiệt hoạt động dựa trên một nguyên lý chung: tác nhân nhận một nhiệt lượng Q_1 từ nguồn nóng T_1, sau đó tác nhân sinh công A (khí dãn nở) và đồng thời tỏa ra một nhiệt lượng Q_2' cho nguồn lạnh T_2 để trở về trạng thái ban đầu.



Một động cơ nhiệt gồm có 3 phần chính:

- Nguồn nóng T_1 cung cấp một nhiệt lượng Q_1 cho tác nhân.
- Tác nhân sinh công nhận một nhiệt lượng Q_1, sinh công A và nhường một nhiệt lượng Q_2'.
- Nguồn lạnh T_2 nhận một nhiệt lượng Q_2' từ tác nhân.

Hiệu suất H, còn được kí hiệu là η, của động cơ nhiệt hoạt động theo chu trình được định nghĩa là tỉ số công sinh ra A chia cho nhiệt lượng Q_1 cần cung cấp cho tác nhân:

$$H = \eta = \frac{A}{Q_1} < 1$$

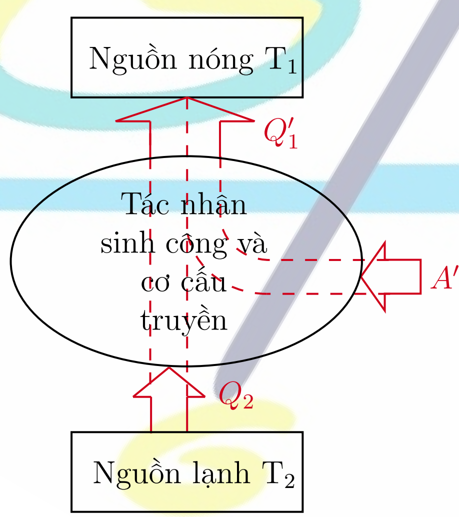
Có nhiều loại động cơ nhiệt khác nhau như động cơ Otto và động cơ Diesel. Các động cơ khác nhau chủ yếu là về chu trình biến đổi của tác nhân, do đó cũng khác nhau về hiệu suất H của động cơ nhiệt. Chu trình biến đổi của tác nhân trong động cơ nhiệt có thể được biểu diễn một cách hình thức trên đồ thị (p, V). Bằng cách tạm coi các quá trình biến đổi là cân bằng, ta có thể tính được hiệu suất của mỗi chu trình. Tuy nhiên chúng thường có hiệu suất khoảng $25\% - 45\%$.

Đối với động cơ nhiệt chạy theo chu trình Carnot, ta có thể tìm được biểu thức của hiệu suất H theo nhiệt độ T_1 của nguồn nóng và T_2 của nguồn lạnh

$$H = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

8. Máy lạnh

Máy lạnh là một thiết bị dùng để lấy một nhiệt lượng từ nguồn lạnh và truyền nhiệt cho nguồn nóng dưới tác nhân sinh công nhận công từ bên ngoài. Nói cách khác, máy lạnh chính là động cơ nhiệt hoạt động theo chiều ngược lại.



Tương tự với động cơ nhiệt, máy lạnh cũng gồm 3 phần chính:

- Nguồn nóng T_1 nhận một nhiệt lượng Q'_1 từ tác nhân.

- Tác nhân sinh công nhường một nhiệt lượng Q'_1, nhận một công A' và nhận một nhiệt lượng Q_2.

- Nguồn lạnh T_2 cung cấp một nhiệt lượng Q_2 cho tác nhân.

Đối với máy lạnh, người ta quan tâm đến một đại lượng tương tự với hiệu suất của động cơ nhiệt là hiệu năng ϵ của máy lạnh, được định nghĩa là tỉ số nhiệt lượng Q_2 cần cung cấp cho tác nhân chia cho công nhận A':

$$\epsilon = \frac{Q_2}{A'}$$

II. Entropy khí lý tưởng

1. Nguyên lý II nhiệt động lực học

a. Phát biểu của Clausius về Nguyên lý II

"Không tồn tại quá trình mà kết quả duy nhất của nó là nhiệt lượng được truyền từ nguồn lạnh hơn sang nguồn nóng hơn."

Phát biểu này của Clausius về Nguyên lý II có thể được hiểu rằng trong một **hệ cô lập**, nhiệt lượng luôn luôn được truyền từ nguồn nóng sang nguồn lạnh, và quá trình ngược lại không bao giờ xảy ra. Cần lưu ý rằng, từ **"hệ cô lập"** ở đây là vô cùng quan trọng, bởi lẽ khi này, hệ sẽ không chịu bất kỳ tác động nào từ bên ngoài. Trong trường hợp cái tủ lạnh, nhiệt lượng được truyền từ nguồn lạnh sang nguồn nóng, trái ngược hoàn toàn so với phát biểu của Clausius, tuy nhiên, công được sinh ra bởi động cơ của tủ lạnh tác động lên hệ khiến nó không còn được xem là một **"hệ cô lập"** nữa.

b. Phát biểu của Kelvin về nguyên lý II

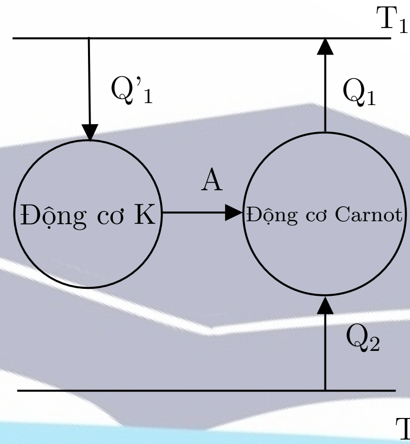
"Không tồn tại chu trình mà kết quả duy nhất là biến hoàn toàn nhiệt lượng từ một nguồn thành công."

c. Sự tương đương giữa hai phát biểu của Clausius và Kelvin về Nguyên lý II nhiệt động lực học

Gọi nhiệt độ của nguồn nóng và nguồn lạnh lần lượt là T_1, T_2, nhiệt lượng nhận được từ nguồn nóng và nguồn lạnh lần lượt là Q_1, Q_2.

Trước tiên ta chứng minh rằng nếu một hệ thống vi phạm phát biểu của Kelvin thì nó cũng vi phạm phát biểu của Clausius.

Nếu một hệ thống tưởng tượng nào đó (gọi là động cơ K) vi phạm phát biểu của Kelvin, ta xem nhiệt lượng nó nhận được từ nguồn T_1 là Q'_1 và chuyển toàn bộ nhiệt lượng này thành công A. Ta liên kết hệ thống này với động cơ nhiệt chạy theo chu trình Carnot (goi là **động cơ Carnot**) như hình vẽ.



Theo Nguyên lý I, ta có:

$$Q'_1 = A \tag{1}$$

và:

$$Q_1 = A + Q_2 \tag{2}$$

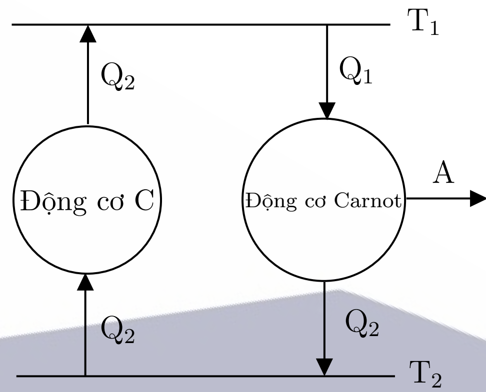
Vậy nhiệt lượng tỏa ra nguồn T_1 là:

$$Q_1 - Q'_1 = Q_1 - A = Q_2 \tag{3}$$

Ta thấy nhiệt lượng tỏa ra này bằng với nhiệt lượng nhận được từ nguồn lạnh T_2. Điều này có nghĩa là hệ thống liên kết nói trên đã truyền nhiệt lượng Q_2 từ nguồn lạnh T_2 sang nguồn nóng T_1. **Điều này rõ ràng đã vi phạm phát biểu của Clausius.**

Tiếp theo ta chứng minh chiều ngược lại, nếu một hệ thống vi phạm phát biểu của Clausius thì cũng vi phạm phát biểu của Kelvin.

Nếu một hệ thống tưởng tượng nào đó (gọi là động cơ C) có thể chuyển nhiệt lượng từ nguồn lạnh T_2 sang nguồn nóng T_1, ta liên kết nó với động cơ Carnot như hình vẽ.



Theo Nguyên lý I, ta có:

$$Q_1 - Q_2 = A \tag{4}$$

Có thể thấy từ hình vẽ rằng, hệ thống liên kết nói trên đã nhận tổng nhiệt lượng là $Q_1 - Q_2$ từ duy nhất nguồn T_1 và chuyển toàn bộ nhiệt lượng này thành công mà nó sinh ra. **Vậy, hệ thống này cũng đã vi phạm phát biểu của Kelvin.**

Một hệ thống vi phạm một trong hai phát biểu đều dẫn đến việc vi phạm phát biểu còn lại, điều này có nghĩa là phát biểu này bao gồm phát biểu kia hay cả hai tương đương nhau.

2. Nhắc lại chu trình Carnot và định lý Carnot

a. Chu trình Carnot

Chu trình Carnot là chu trình gồm 2 quá trình đoạn nhiệt xen giữa hai quá trình đẳng nhiệt. Đông cơ nhiệt chạy theo chu trình Carnot có hiệu suất:

$$\eta_{Carnot} = \frac{A}{Q} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

trong đó:
+ $Q_1 > 0$ là tổng nhiệt lượng nhận từ nguồn nóng.
+ $Q_2 > 0$ là tổng nhiệt lượng tỏa ra nguồn lạnh.

b. Định lý Carnot

Định lý Carnot gồm 2 ý sau đây, trong đó ý thứ hai là hệ quả của ý thứ nhất:

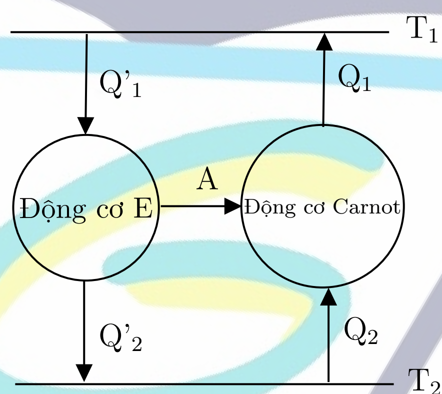
1. Tất cả các động cơ nhiệt hoạt động giữa hai nhiệt độ T_1, T_2 có hiệu suất không lớn hơn η_{Carnot}. Nghĩa là:

$$\eta \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

2. Tất cả động cơ nhiệt thuận nghịch hoạt động giữa hai nhiệt độ T_1, T_2 ($T_1 > T_2$) có hiệu suất bằng η_{Carnot} không phụ thuộc vào tác nhân và cơ cấu truyền động.

Chúng ta sẽ lần lượt chứng minh 2 ý này của định lý Carnot.

Đối với ý thứ nhất của Định lý Carnot, ta có thể dùng phát biểu của Clausius về Nguyên lý II để chứng minh. Giả sử E là động cơ nhiệt có hiệu suất lớn hơn động cơ Carnot ($\eta_E > \eta_{Carnot}$). Cả hai đều hoạt động giữa hai nhiệt độ T_1, T_2 và đều là động cơ thuận nghịch. Nguồn T_1 tỏa (hoặc nhận) nhiệt lượng Q_1, Q'_1 lần lượt thông qua động cơ Carnot và động cơ E, nguồn T_2 tỏa (hoặc nhận) nhiệt lượng Q_2, Q'_2 lần lượt thông qua động cơ Carnot và động cơ E. Ta có thể liên kết chúng với nhau như hình vẽ.



Từ $\eta_E > \eta_{Carnot}$, ta có

$$\frac{A}{Q'_1} > \frac{A}{Q_1} \tag{5}$$

và do đó

$$Q_1 > Q'_1 \tag{6}$$

theo Nguyên lý I

$$A = Q'_1 - Q'_2 = Q_1 - Q_2 \tag{7}$$

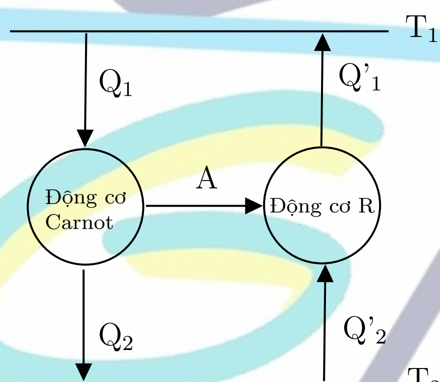
Vì vậy

$$Q_1 - Q'_1 = Q_2 - Q'_2 \tag{8}$$

Từ (6) ta thấy $Q_1 - Q'_1$ là số dương và vì vậy theo (8) dẫn đến $Q_2 - Q'_2$ cũng dương. Dựa vào hình vẽ ta thấy $Q_1 - Q'_1$ là nhiệt lượng mà động cơ tỏa ra nguồn T_1 còn $Q_2 - Q'_2$

là nhiệt lượng động cơ nhận được từ nguồn T_2. Bằng cách kết hợp hai động cơ lại như hình vẽ, ta thấy kết quả là nhiệt lượng được truyền từ nguồn lạnh T_2 sang nguồn nóng T_1. Theo phát biểu của Clausius về Nguyên lý II, một động cơ E như vậy không thể tồn tại.

Để chứng minh ý thứ hai, ta dựa vào kết quả có được từ ý đầu tiên. Vì trước đó ta đã chứng minh không tồn tại động cơ nhiệt có hiệu suất lớn hơn η_{Carnot} nên ở đây ta chỉ cần chứng minh động cơ nhiệt thuận nghịch không thể có hiệu suất nhỏ hơn η_{Carnot} là có thể khẳng định ý thứ hai của định lý Carnot. Giả sử một động cơ R có hiệu suất $\eta_R < \eta_{Carnot}$, ta có thể liên kết nó với động cơ Carnot như hình vẽ. Nếu để ý ta có thể thấy hai hình vẽ trên và dưới là hoàn toàn như nhau nếu ta thay động cơ bên trái của hình vẽ ở trên từ E thành động cơ Carnot và động cơ bên phải của hình vẽ trên từ động cơ Carnot thành động cơ R. Vì vậy, một cách tương tự, ta có thể chứng minh được rằng phát biểu của Clausius sẽ không được tuân thủ khi $\eta_R < \eta_{Carnot}$, và vì vậy η_R chỉ có thể bằng η_{Carnot}.



3. Định lý Clausius

Xét một chu trình Carnot thuận nghịch. Trong một chu trình, khí nhận nhiệt lượng Q_1 từ nguồn T_1 và tỏa nhiệt lượng Q_2 đến nguồn T_2. Ta có hiệu suất của chu trình Carnot là:

$$\eta_{Carnot} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \tag{9}$$

$$\Longrightarrow 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Longrightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \tag{10}$$

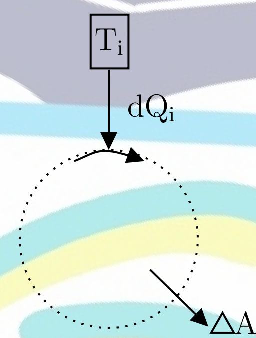
Vì hệ khí tỏa nhiệt lượng Q_2 đến nguồn T_2 nên ta có thể xem hệ nhận một nhiệt lượng là $-Q_2$ từ nguồn T_2. Nếu ta định nghĩa ΔQ_{rev} (từ phần này ta kí hiệu nhiệt lượng trong quá trình thuận nghịch là Q_{rev} (reversible)) là nhiệt lượng hệ nhận được thì từ (10) ta có:

$$\sum \frac{\Delta Q_{rev}}{T} = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{-Q_2}{T_2} = 0 \tag{11}$$

Thay dấu tổng thành dấu tích phân ta được:

$$\oint \frac{dQ_{rev}}{T} = 0 \tag{12}$$

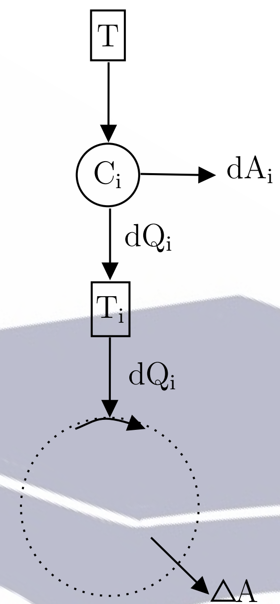
Bây giờ ta xét một chu trình tổng quát (thuận nghịch hoặc không thuận nghịch) được mô tả trong hình. Tại một phần nào đó của chu trình, hệ nhận nhiệt lượng dQ_i từ nguồn T_i (phần mũi tên nhỏ thuộc vòng tròn thể hiện một phần của chu trình, các dấu chấm tạo nên hình tròn diễn tả toàn bộ chu trình).



Tổng công thực hiện trong cả chu trình được tính bởi:

$$\Delta A = \sum dQ_i \tag{13}$$

Bây giờ ta xét một hệ thống gồm chu trình (hay động cơ) bất kỳ A tương tự liên kết với động cơ Carnot. Trong đó động cơ Carnot thuận nghịch nhận nhiệt lượng dQ_0 từ một nguồn nhiệt ổn định T sinh công dA_i và tỏa nhiệt lượng dQ_i, động cơ A nhận nhiệt lượng dQ_i và sinh công như được tính ở (13). Hệ thống này được mô tả trong hình dưới.



Với động cơ Carnot, theo (10) ta có:

$$\frac{dQ_i}{T_i} = \frac{dQ_i + dA_i}{T} \tag{14}$$

trong đó:

$$dQ_i + dA_i = dQ_0 = T\frac{dQ_i}{T_i} \tag{15}$$

Dùng (14) để tính dA_i ta được:

$$dA_i = dQ_i(\frac{T}{T_i} - 1) \tag{16}$$

Tổng công hệ thống này thực hiện trong môt chu trình là:

$$A = \Delta A + \sum dA_i = \sum dQ_i + dQ_i(\frac{T}{T_i} - 1) = T\sum \frac{dQ_i}{T_i} = \sum dQ_0 \qquad (16)$$

Từ (16) ta thấy hệ thống trên đã chuyển toàn bộ nhiệt lượng từ một nguồn T duy nhất thành công, hệ như vậy không tồn tại theo phát biểu của Kelvin về nguyên lý II nhiệt động lực học. Nếu tổng công như được tính ở (16) nhỏ hơn hoặc bằng 0 thì nghĩa là hệ không sinh công và tuân thủ Nguyên lý II.
Cho A ở (16) nhỏ hơn bằng 0, ta được:

$$A = T\sum \frac{dQ_i}{T_i} \leq 0 \tag{17}$$

Vì $T > 0$ nên:

$$\sum \frac{dQ_i}{T_i} \leq 0 \tag{18}$$

thay dấu tổng bằng dấu tích phân ta được:

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0 \tag{19}$$

Nếu hệ thống nói trên là thuận nghịch (gồm cả động cơ A thuận nghịch và động cơ Carnot thuận nghịch) thì ta có thể cho hệ thống đó chạy ngược và thu được:

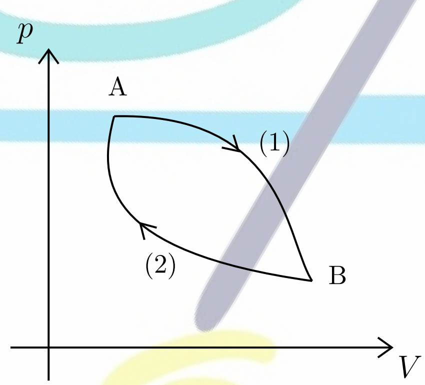
$$\oint \frac{dQ}{T} \geq 0 \tag{20}$$

Kết hợp (19), (20): $\oint \frac{dQ}{T} = 0$ đối với chu trình thuận nghịch.
Bất đẳng thức (19) được gọi là Bất đẳng thức Clausius, theo đó, định lý Clausius được phát biểu như sau:

Đối với mọi chu trình thì ta luôn có bất đẳng thức Clausius $\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$, trong đó dấu $=$ tương ứng với chu trình thuận nghịch và dấu $<$ tương ứng với chu trình không thuận nghịch.

4. Entropy

a. Định nghĩa Entropy



Ta xét một chu trình gồm 2 quá trình A(1)B và B(2)A thuận nghịch. Ta có:

$$\oint \frac{dQ_{rev}}{T} = 0 \Longrightarrow \int_{A(1)B} \frac{dQ_{rev}}{T} + \int_{B(2)A} \frac{dQ_{rev}}{T} = 0$$

mà

$$\int_{A(2)B} \frac{dQ_{rev}}{T} = -\int_{B(2)A} \frac{dQ_{rev}}{T}$$

$$\Longrightarrow \int_{A(1)B} \frac{dQ_{rev}}{T} - \int_{A(2)B} \frac{dQ_{rev}}{T} = 0 \Longrightarrow \int_{A(1)B} \frac{dQ_{rev}}{T} = \int_{A(2)B} \frac{dQ_{rev}}{T} \tag{21}$$

Từ (21) ta thấy đại lượng dưới dấu tích phân không phụ thuộc vào diễn tiến quá trình, chỉ phụ thuộc vào trạng thái đầu A và trạng thái cuối B.

Ta gọi Entropy là đại lượng được định nghĩa bởi:

$$dS = \frac{dQ_{rev}}{T} \tag{22}$$

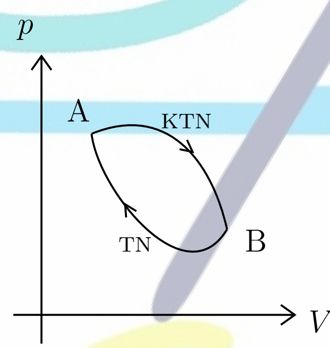
và vì vậy

$$S(B) - S(A) = \int_A^B \frac{dQ_{rev}}{T} \tag{23}$$

Đại lượng $\dfrac{dQ}{T}$ được gọi là nhiệt lượng rút gọn. Ở đây ta kí hiệu nhiệt lượng rút gọn trong quá trình thuận nghịch là $\dfrac{dQ_{rev}}{T}$.

b. Entropy trong quá trình không thuận nghịch

Bây giờ chúng ta xét một chu trình gồm hai quá trình, một quá trình không thuận nghịch ($A \to B$), và một quá trình thuận nghịch ($B \to A$).



Theo bất đẳng thức Clausius, ta có:

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0 \tag{24}$$

$$\Longrightarrow \int_A^B \frac{dQ}{T} + \int_B^A \frac{dQ_{rev}}{T} \leq 0$$

Chuyển vế ta có:

$$\int_A^B \frac{dQ}{T} \leq \int_A^B \frac{dQ_{rev}}{T} \tag{26}$$

Vậy dS trong quá trình không thuận nghịch này là:

$$dS = \frac{dQ_{rev}}{T} \geq \frac{dQ}{T} \tag{27}$$

Vậy ta có thể tóm tắt phần này như sau:
+ Đối với quá trình thuận nghịch thì biến thiên Entropy là:

$$\Delta S = S(B) - S(A) = \int_A^B \frac{dQ}{T} \tag{28}$$

+ Đối với quá trình bất kỳ thì biến thiên Entropy là:

$$\Delta S = S(B) - S(A) \geq \int_A^B \frac{dQ}{T} \tag{29}$$

c. Entropy của hệ cô lập. Các phát biểu khác của Nguyên lý II

Nếu xét một hệ cô lập bất kỳ thì khi đó $dQ = 0$, do đó:

$$dS \geq \frac{dQ}{T} = 0 \longrightarrow \Delta S \geq 0 \tag{30}$$

trong đó dấu $=$ tương tứng với quá trình thuận nghịch và dấu $>$ tương ứng với quá trình không thuận nghịch. Phương trình (30) có thể được hiểu rằng đối với một hệ cô lập thì bất kỳ thay đổi nào của hệ nhiệt động cũng dẫn đến việc Entropy hoặc giữ nguyên (đối với các quá trình thuận nghịch) hoặc tăng (đối với các quá trình không thuận nghịch). Điều này dẫn đến một cách phát biểu khác của Nguyên lý II nhiệt động lực học:
"Entropy của một hệ cô lập luôn có xu hướng tăng hoặc giữ nguyên không đổi."

"Hệ cô lập" ở đây có thể được hiểu theo nhiều nghĩa, nó có thể là một hệ nhiệt động trong đó hệ khí không tương tác với môi trường bên ngoài, có thể là các hệ trao đổi lẫn nhau, hoặc cũng có thể là hệ + môi trường tương tác với nhau và cùng tham gia một quá trình biến đổi nào đó, tất cả đều dẫn đến việc tổng Entropy của các thành phần tham gia quá trình tăng đối với quá trình không thuận nghịch và giữ nguyên đối với quá trình thuận nghịch. Như vậy, không có cách nào làm cho tổng Entropy của chúng giảm, ví dụ, bằng một cách nào đó, ta có thể làm Entropy của một hệ khí giảm, khi này, môi trường xung quanh tương tác với nó (cũng được coi là tham gia vào quá trình) có Entropy phải tăng sao cho tổng Entropy của hệ khí và môi trường phải tăng hoặc giữ nguyên.

Nếu ta xem toàn bộ vũ trụ như một hệ cô lập khổng lồ trong đó diễn ra cả những quá trình thuận nghịch và không thuận nghịch thì hai Nguyên lý của nhiệt động lực học có thể được áp dụng cho vũ trụ như sau:
+ $U_{universe} = const.$
+ $S_{universe}$ chỉ có thể tăng.

Việc Entropy trên toàn cục vũ trụ luôn tăng được cho rằng có thể là điều khiến cho mũi tên của thời gian luôn hướng từ quá khứ đến tương lai mà không thể chạy ngược lại. Để hiểu thêm về điều này, các bạn có thể tìm đọc *Stephen Hawking, A brief history of time, 1988, 9. The Arrow of Time.*, bản tiếng Việt: *Stephen Hawking, Lược sử thời gian, Cao Chi và Phạm Văn Thiều dịch, NXB Trẻ, 2008, Chương 9: Mũi tên của thời gian.*

d. Định đề Nernst

Định đề Nernst có thể được xem là Nguyên lý thứ III Nhiệt động lực học, có thể được phát biểu như sau:
"Trạng thái của mọi hệ không thay đổi tại nhiệt độ không tuyệt đối."

Hay có thể biểu diễn bằng:

$$lim_{T\to 0} S = 0$$

e. Tính chất cộng Entropy

Xét 1 hệ gồm nhiều hệ con khác nhau có Entropy lần lượt là S_1, S_2, S_3,..., S_n thì Entropy của hệ là:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + ... + S_n$$

.

5. Entropy khí lý tưởng

Đầu tiên ta cần chú ý rằng chỉ những quá trình thuận nghịch thì công thức tính Entropy dựa vào nhiệt lượng rút gọn mới đúng:

$$S(B) - S(A) = \int_A^B \frac{dQ_{rev}}{T} \tag{31}$$

hay dạng vi phân:

$$dS = \frac{dQ_{rev}}{T} \tag{32}$$

Trong phần này, ta sẽ tìm sự biến thiên Entropy trong một quá trình thuận nghịch bất kỳ, sau đó sẽ tìm sự biến thiên của đại lượng này đối với từng quá trình cụ thể của khí lý tưởng. Ở các quá trình dưới đây, khí thay đổi từ trạng thái có áp suất P_1, thể tích V_1, nhiệt độ T_1 đến trạng thái có áp suất P_2, thể tích V_2, nhiệt độ T_2.

a. Biến thiên Entropy trong quá trình bất kỳ

Để tìm biến thiên Entropy khí lý tưởng trong một quá trình thuận nghịch, ta có các phương trình sau:
+ Phương trình trạng thái khí lý tưởng:

$$PV = \nu RT \tag{33}$$

+ Nguyên lý I nhiệt động lực học:

$$dQ = dU + dA = \nu C_v dT + PdV \tag{34}$$

Kết hợp hai phương trình trên và phương trình (32), ta có:

$$dS = \frac{dQ}{T} = \nu C_v \frac{dT}{T} + P\frac{dV}{T} = \nu C_v \frac{dT}{T} + \nu R\frac{dV}{V} \tag{35}$$

b. Biến thiên Entropy trong các quá trình đẳng nhiệt, đẳng tích, đẳng áp

+ Quá trình đẳng nhiệt: $T = const \rightarrow dT = 0$, thay vào (35), ta có:

$$dS = \nu R\frac{dV}{V} \tag{36}$$

$$\Longrightarrow \Delta S = S_2 - S_1 = \nu R\int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu R ln\frac{V_2}{V_1}$$

+ Quá trình đẳng tích: $V = const \rightarrow dV = 0$, thay vào (35), ta có:

$$dS = \nu C_v \frac{dT}{T} \tag{37}$$

$$\Longrightarrow \Delta S = S_2 - S_1 = \nu C_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = \nu C_v ln \frac{T_2}{T_1}$$

+ Quá trình đẳng áp:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \nu C_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \nu R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = C_v ln \frac{T_2}{T_1} + \nu R ln \frac{V_2}{V_1} \tag{38}$$

c. Biến thiên Entropy trong các quá trình đoạn nhiệt và polytropic

+ Quá trình đoạn nhiệt:

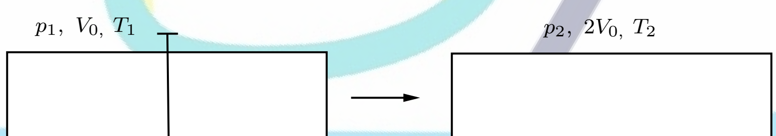
$$dQ = 0 \rightarrow dS = \frac{dQ}{T} = 0 \rightarrow \Delta S = 0 \tag{39}$$

+ Quá trình đa biến (polytropic): $C = const \rightarrow dQ = \nu C dT$, thay vào (35), ta có:

$$dS = \nu C \frac{dT}{T}$$

$$\Longrightarrow \Delta S = S_2 - S_1 = \nu C \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = \nu C ln \frac{T_2}{T_1} \tag{40}$$

6. Dãn nở Joule



Xét một hệ cô lập được mô tả như sau: Một bình khí gồm có hai ngăn có cùng thể tích V_0 được ngăn cách với nhau bởi một van nằm giữa, ban đầu van đóng, ngăn bên trái chứa một mol khí lý tưởng có áp suất P_1, nhiệt độ T_1, ngăn bên phải là chân không. Sau đó, van được mở, khí trong ngăn bên trái tràn qua và chiếm toàn bộ thể tích của bình, tức $2V_0$, khi này, khí trong bình có áp suất P_2 và nhiệt độ T_2. Vì hệ cô lập nên $dQ = 0$, và khí không thực hiện công nên $dA = 0$, vì vậy theo nguyên lý I $dU = \nu C_v dT = 0 \rightarrow dT = 0$. Vậy khí dãn nở đẳng nhiệt.

Sử dụng phương trình trạng thái khí lý tưởng cho quá trình đẳng nhiệt ta có $P_1 V_1 = P_2 V_2$. Vậy: $P_2 = \dfrac{P_1}{2}$.

Câu hỏi đặt ra là biến thiên Entropy của khí trong thí nghiệm này là gì? Rất khó để tính được Entropy của thí nghiệm một cách trực tiếp bởi lẽ ta không biết chính xác tiến trình mà khí thay đổi trạng thái của nó khi dãn nở, ta chỉ biết hai trạng thái đầu và cuối của quá trình. Tuy nhiên, ta biết rằng đại lượng nhiệt lượng rút gọn $\int \frac{dQ}{T}$ không phụ thuộc vào diễn tiến quá trình nên ta có thể dùng một quá trình khác có cùng hai điểm đầu cuối với thí nghiệm dãn nở Joule để tính Entropy của hệ. Vì ta đã chứng minh được nhiệt độ trong thí nghiệm không thay đổi nên ta có thể dùng quá trình dãn nở đẳng nhiệt thuận nghịch của khí lý tưởng để tính Entropy trong trường hợp này. Từ (36), với $\nu = 1, V_1 = V_0, V_2 = 2V_0$ ta có:

$$\Delta S = R \int_{V_0}^{2V_0} \frac{dV}{V} = Rln2 \tag{41}$$

Như vậy biến thiên Entropy của thí nghiệm dãn nở Joule được tính ở (41) thông qua quá trình dãn nở đẳng nhiệt thuận nghịch của khí lý tưởng. Tuy nhiên, vấn đề đặt ra là nếu như hệ cô lập với môi trường $\Delta Q = 0$ thì lẽ ra ΔS cũng phải bằng 0 bởi $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$. Nhưng kết quả ở trên ta tính được $\Delta S = Rln2 > 0$. Vậy tại sao lại có điều mâu thuẫn này? Câu trả lời là vì thí nghiệm dãn nở Joule là một quá trình không thuận nghịch, bởi lẽ khí từ một bên của bình có thể tự tràn qua chiếm đầy bình khi mở van nhưng lại không có cách nào làm khí trở lại trạng thái ban đầu mà không có bất kỳ tác động gì lên hệ. Vì vậy không thể dùng biểu thức $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$ để tính Entropy của nó được. Đối với một quá trình không thuận nghịch thì $\Delta S > \frac{\Delta Q}{T} = 0$, vì vậy $\Delta S = Rln2 > 0$ là kết quả hợp lý.

7. Viết lại Nguyên lý I Nhiệt động lực học

Dùng định nghĩa của Entropy, ta có thể viết lại Nguyên lý I cho các quá trình thuận nghịch. Biểu thức của Nguyên lý I có thể được viết như sau:

$$dQ = dU + dA \tag{42}$$

Đối với quá trình thuận nghịch, ta có:

$$dS = \frac{dQ}{T} \Longrightarrow dQ = TdS \tag{43}$$

và:

$$dA = pdV \tag{44}$$

Kết hợp (42), (43), (44), ta được:

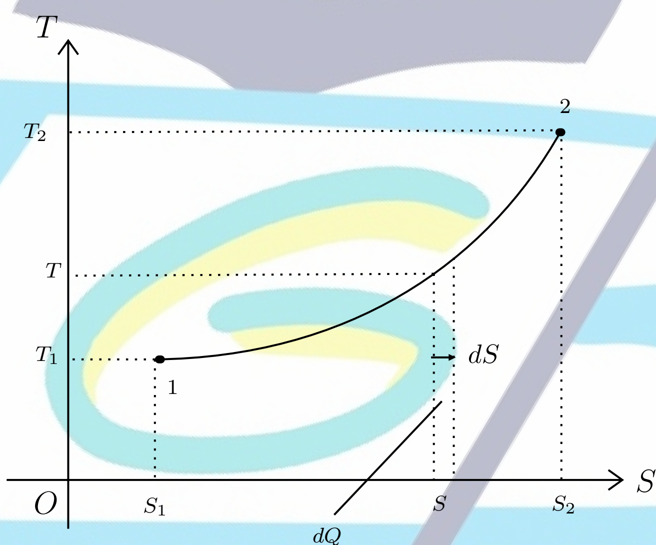
$$dU = TdS - pdV \tag{45}$$

Tuy rằng phương trình (45) được suy ra từ quá trình thuận nghịch nhưng người ta chứng minh được rằng nó cũng đúng trong quá trình không thuận nghịch. Vì vậy ta luôn có: $dU = TdS - pdV$.

8. Giản đồ nhiệt độ - Entropy

a. Quá trình thuận nghịch

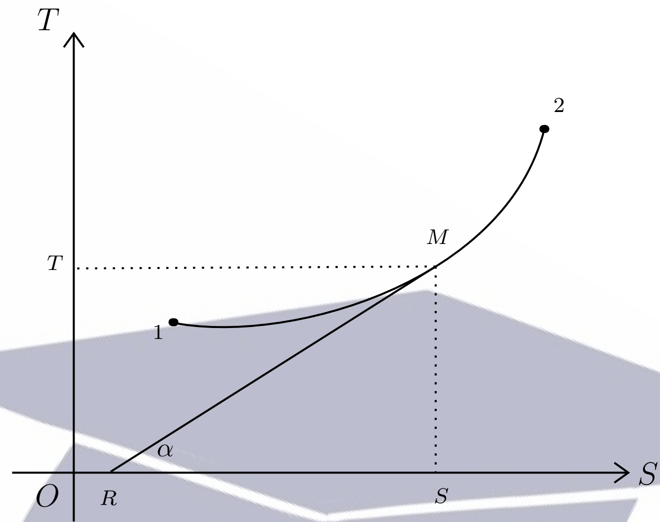
Ta xét 1 mol khí biến đổi từ trạng thái (1) sang trạng thái (2) có đồ thị trong tọa độ $T - S$ như hình vẽ.



Từ $dS = \dfrac{dQ}{T} \Longrightarrow dQ = TdS$

$$\Longrightarrow Q_{12} = \int_{(1)}^{(2)} TdS \tag{46}$$

Từ hình vẽ trên ta thấy nhiệt lượng trong quá trình từ $(1) \rightarrow (2)$ trong hệ tọa độ $T - S$, chính là diện tích được giới hạn bởi đồ thị, trục hoành và 2 đường thẳng S_1, S_2.

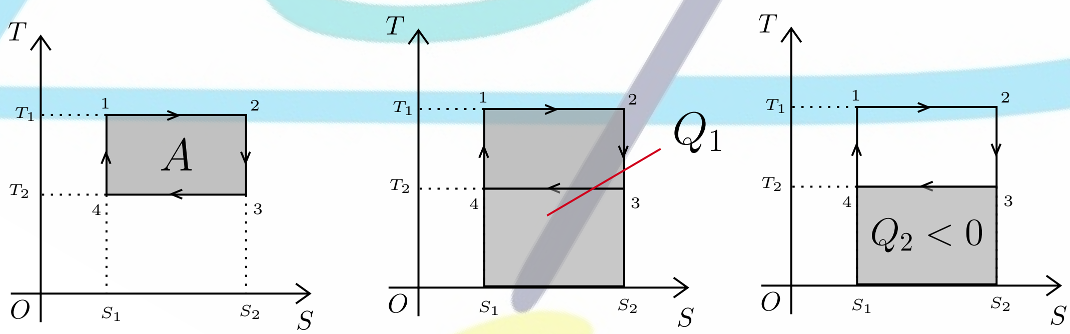


Từ hình vẽ ta thấy: $tan\alpha =$ số đo $(\dfrac{dT}{dS})$.

Ta có $dQ = CdT \implies C = \dfrac{dQ}{dT} = \dfrac{TdS}{dT} = T(\dfrac{dS}{dT}) =$ số đo đoạn SM.$cot\alpha =$ số đo đoạn RS.

b. Chu trình Carnot thuận nghịch

Ta xét một chu trình Carnot thuận nghịch có nhiệt độ ở hai quá trình đẳng nhiệt lần lượt là $T_1, T_2 (T_1 > T_2)$, thu nhiệt lượng Q_1 và tỏa nhiệt lượng $|Q_2| (Q_2 < 0)$. Chu trình này được biểu diễn trong giản đồ $T - S$ như những hình vẽ dưới đây.



Lưu ý từ hình vẽ: Nhiệt lượng Q_1 bằng với số đo của hình chữ nhật tạo bởi các điểm (1), (2), S_2, S_1. Độ lớn của nhiệt lượng nhận từ nguồn T_2 là $|Q_2|$ bằng với số đo diện tích của hình chữ nhật tạo bởi các điểm (4), (3), S_2, S_1. Còn giá trị đại số của nó được tính $Q_2 = \int_{S_2}^{S_1} T_2 dS = T_2(S_1 - S_2) < 0$.

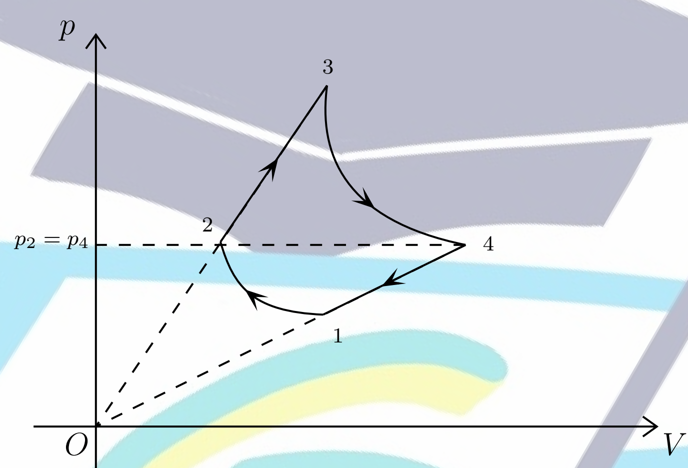
III. Bài tập

Bài toán 1.

Một khối khí lý tưởng đơn nguyên tử thực hiện chi trình biến đổi (1-2-3-4-1) như hình vẽ. trong đó quá trình (2-3) và (4-1) có áp suất tỉ lệ với thể tích, quá trình (1-2) và (3-4) là hai quá trình đẳng nhiệt. Biết $p_2 = kp_1$ $(k > 1)$.

a. Tìm $\dfrac{V_3}{V_1}$ với $k = 2$. Tỷ số này thay đổi thế nào khi k tăng?

b. Tính hiệu suất của chu trình trên theo k.



Bài toán 2.

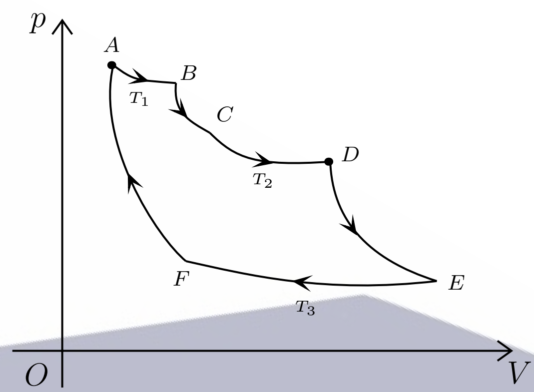
Cho n mol khí lý tưởng đơn nguyên tử thực hiện chu trình A-B-C-D-E-F-A trên giản đồ $p - V$ như hình vẽ. Trong đó A-B, C-D, E-F là các quá trình đẳng nhiệt, B-C, D-E và F-A là các quá trình đoạn nhiệt. Nhiệt độ của các quá trình đẳng nhiệt: A-B là T_1, C-D là T_2 và E-F là T_3 $(T_1 > T_2 > T_3)$. Biết rằng trong các quá trình giãn nở đẳng nhiệt A-B và C-D, thể tích khí sau khi giãn nở tăng m lần so với thể tích khí trước khi giãn nở. Cho hằng số khí lý tưởng là R. Hãy xác định:

a. Tỉ số $\dfrac{V_F}{V_E}$ giữa các thể tích khí ở trạng thái F và E theo m.

b. Công của khí khi thực hiện một chu trình trên theo n, m, R, T_1, T_2, T_3.

c. Nhiệt lượng khí nhận được trong một chu trình theo n, m, R, T_1, T_2.

d. Hiệu suất chu trình theo T_1, T_2, T_3.



Bài toán 3.

Cho một động cơ nhiệt được nối với một nguồn nóng và một nguồn lạnh có nhiệt độ ban đầu lần lượt là T_1 và T_2, nhiệt dung (nhiệt lượng cần để tăng nhiệt độ lên 1 độ) là hằng số và lần lượt là C_1 và C_2. Hãy xác định công lớn nhất mà động cơ này có thể thực hiện được.

Bài toán 4.

Một máy điều hòa nhiệt độ hai chiều hoạt động theo chu trình Carnot thuận nghịch làm việc giữa nguồn nhiệt có nhiệt độ tuyệt đối T_p (bên trong phòng) va nguồn nhiệt có nhiệt độ tuyệt đối T_n (không gian rộng bên ngoài phòng). Khi hoạt động liên tục máy tiêu thụ công suất P từ đường tải điện năng. Khi máy lấy nhiệt lượng từ bên trong phòng và truyền ra bên ngoài để làm mát căn phòng, máy là một máy lạnh. Ngược lại, khi máy hấp thụ nhiệt lượng từ bên ngoài và nhả vào trong phòng để sưởi ấm, máy là một máy bơm nhiệt lượng. Do phòng không hoàn toàn cách nhiệt nên xảy ra quá trình truyền nhiệt giữa môi trường và phòng. Quá trình truyền nhiệt tuân theo phương trình $Q = A(T_n - T_p)t$ với A là hệ số truyền nhiệt và được coi là không đổi, t là thời gian. Để duy trì nhiệt độ trong phòng, máy điều hòa nhiệt độ được kiểm soát bằng một bộ điều khiển mở-tắt thong thường. Máy lạnh sẽ hoạt động khi nhiệt độ trong phòng cao hơn giá trị nhiệt độ đặt trước và tạm ngừng hoạt động khi nhiệt độ trong phòng thấp hơn nhiệt độ đặt trước. Với máy bơm nhiệt lượng thì việc mở-tắt diễn ra ngược lại.

1. Mùa hè, khi nhiệt độ môi trường bên ngoài là 37^oC, nếu cho máy lạnh chạy liên tục thì nhiệt độ thấp nhất trong phòng đạt được là 17^oC. Để máy lạnh chỉ hoạt động 40% trên tổng thời gian thì cần đặt cho máy ở nhiệt độ bao nhiêu?

2. Mùa đông, nếu cho bơm nhiệt lượng chạy liên tục thì nhiệt độ cao nhất bên trong phòng đạt được là 27^oC, tìm nhiệt độ môi trường bên ngoài. Để máy chỉ hoạt động 40% trên tổng thời gian thì cần đặt máy ở nhiệt độ bao nhiêu?

3. Một gia đình có hai phòng (một và hai) như nhau và được lắp hai điều hòa nhiệt độ hai chiều giống nhau. Ở một thời điểm nào đó, nhiệt độ ben ngoài đang là 25^oC,

phòng một dùng máy lạnh để làm mát và đặt nhiệt độ ở 24^oC, phòng hai thì lại dùng để sưởi ấm và đặt nhiệt độ ở 26^oC. Hãy chứng tỏ rằng máy ở phòng hai sẽ ngưng hoạt động lần đầu tiên trước máy ở phòng một.

Bài toán 5.

Một xilanh cách nhiệt, kín cả hai đầu, có pittông dẫn nhiệt trượt không ma sát chia xilanh thành hai phần. Lúc đầu pittông được giữ chặt ở chính giữa, với 1 lít không khí ở 200 K và 2 atm ở một bên, và 1 lít không khí ở 300 K và 1 atm ở bên kia. Buông pittông ra và hệ thiết lập trạng thái cân bằng mới về nhiệt độ và áp suất, lúc đó pittông ở vị trí mới.

a. Xác định nhiệt độ và áp suất cuối cùng.

b. Xác định độ biến thiên toàn phần của Entropy.

IV. Lời giải gợi ý

Bài toán 1.

a. Quá trình biến đổi từ (1) $\rightarrow$ (2) là quá trình đẳng nhiệt nên:

$$\begin{cases} p_2V_2 = p_1V_1 \\ p_2 = kp_1 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow V_1 = \frac{p_2}{p_1}V_2 = kV_2 \tag{1}$$

Quá trình từ (2) $\rightarrow$ (3) có áp suất tỉ lệ thể tích nên:

$$\frac{V_3}{V_2} = \frac{p_3}{p_2} \Longrightarrow V_3 = \frac{p_3}{p_2}V_2 \tag{2}$$

Đối với quá trình (3) $\rightarrow$ (4):

$$p_3V_3 = p_4V_4 \Longrightarrow V_4 = \frac{p_2}{p_2}V_3 \tag{3}$$

Quá trình (4) $\rightarrow$ (1):

$$\frac{p_4}{V_4} = \frac{p_1}{V_1} \Longrightarrow V_4 = \frac{p_2}{p_1}V_1 = kV_1 \tag{4}$$

Kết hợp (1), (2), (3), (4):

$$\frac{V_3}{V_1} = \frac{\frac{p_3}{p_2}V_2}{kV_2} = \frac{\frac{V_3}{V_2}}{k} = \frac{\frac{V_4}{V_3}}{k} = \frac{kV_1}{kV_3} = \frac{V_1}{V_3} \tag{5}$$

$$\Longrightarrow V_3 = V_1$$

Vậy $\dfrac{V_3}{V_1} = 1$ với mọi k.

b. Ta lần lượt tính nhiệt lượng của các quá trình biến đổi như sau:

$$Q_{12} = \int_{V_1}^{V_2} pdV = \int_{V_1}^{V_2} p_1V_1\frac{dV}{V} = p_2V_2ln(\frac{V_2}{V_1}) = p_2V_2ln\frac{1}{k} < 0$$

$$Q_{23} = \int_{V_2}^{V_3} \frac{p_2}{V_2}VdV + \frac{3}{2}\nu R\int_{T_2}^{T_3} dT = \frac{1}{2}\frac{p_2}{V_2}(V_3^2 - V_2^2) + \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) = 2(p_3V_3 - p_2V_2) > 0$$

tương tự:

$$Q_{34} = p_3V_3ln\frac{V_4}{V_3} = p_3V_3ln\frac{p_3}{p_2}$$

Từ (5) ta thấy $\dfrac{p_3}{p_2} = k\dfrac{V_3}{V_1} = k$

$$\implies Q_{34} = p_3V_3lnk > 0$$

$$Q_{41} = 2(p_1V_1 - p_4V_4) < 0$$

Có $p_2V_2 = \dfrac{p_3}{k}V_2 = \dfrac{p_3V_3}{k^2} \implies p_3V_3 = k^2p_2V_2$, $p_1V_1 = p_2V_2$, $p_3V_3 = p_4V_4$
Hiệu suất chu trình:

$$\eta = \frac{A}{Q} = 1 + \frac{2(p_1V_1 - p_4V_4) + p_2V_2ln\frac{1}{k}}{2(p_3V_3 - p_2V_2) + p_3V_3lnk} = 1 + \frac{2(p_2V_2 - k^2p_2V_2) + p_2V_2ln\frac{1}{k}}{2(k^2p_2V_2 - p_2V_2) + k^2p_2V_2lnk}$$

Vậy:

$$\eta = 1 + \frac{2(1-k^2) + ln\frac{1}{k}}{k^2lnk + 2(k^2-1)}$$

Bài toán 2.

a.

- Xét các quá trình đẳng nhiệt, ta có

$$\begin{cases} p_AV_A = p_BV_B \\ p_CV_C = p_DV_D \\ p_EV_E = p_FV_F \end{cases}$$

- Xét các quá trình đoạn nhiệt, ta có

$$\begin{cases} p_BV_B{}^{\gamma} = p_CV_C{}^{\gamma} \\ p_DV_D{}^{\gamma} = p_EV_E{}^{\gamma} \\ p_FV_F{}^{\gamma} = p_AV_A{}^{\gamma} \end{cases}$$

- Từ đó ta có

$$\begin{aligned}\left(\frac{V_E}{V_F}\right)^{\gamma} &= \frac{p_F}{p_E}\cdot\frac{p_D}{p_A}\left(\frac{V_D}{V_A}\right)^{\gamma}\\ &= \frac{V_E}{V_F}\cdot\frac{V_A p_C V_C}{V_D p_B V_B}\left(\frac{V_D}{V_A}\right)^{\gamma}\\ &= \frac{V_E}{V_F}\cdot\frac{V_A}{V_D}\cdot\frac{V_C}{V_B}\left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma}\left(\frac{V_D}{V_A}\right)^{\gamma}\end{aligned}$$

$$\iff \left(\frac{V_E}{V_F}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma-1}\left(\frac{V_D}{V_A}\right)^{\gamma-1}$$

$$\iff \frac{V_E}{V_F} = \frac{V_B}{V_A}\cdot\frac{V_D}{V_C}$$

Mà $\dfrac{V_B}{V_A} = m$ và $\dfrac{V_D}{V_C} = m$

$$\Longrightarrow \frac{V_E}{V_F} = m^2$$

Hay

$$\frac{V_F}{V_E} = m^{-2} = \frac{1}{m^2}$$

b.

- Xét các quá trình đẳng nhiệt, ta có

$$\begin{cases} Q_{AB} = A_{AB} = nRT_1\ln\dfrac{V_B}{V_A} = nRT_1\ln m > 0\\ Q_{CD} = A_{CD} = nRT_2\ln\dfrac{V_D}{V_C} = nRT_2\ln m > 0\\ Q_{EF} = A_{EF} = nRT_3\ln\dfrac{V_F}{V_E} = nRT_3\ln m^{-2} = -2nRT_3\ln m < 0\end{cases}$$

- Trong các quá trình đoạn nhiệt, nhiệt lượng khí nhận được luôn bằng 0. Vậy nên $Q_{BC} = Q_{DE} = Q_{FA} = 0$.

- Đối với chu trình, công mà khí sinh ra lại bằng tổng đại số nhiệt lượng khí nhận được

$$A = \sum Q = (T_1 + T_2 - 2T_3)nR\ln m$$

c.

Nhiệt lượng mà khí đã nhận trong cả chu trình là

$$Q = Q_{AB} + Q_{CD} = (T_1 + T_2)nR\ln m$$

d.

Hiệu suất của chu trình là

$$H = \frac{A}{Q} = \frac{T_1 + T_2 - 2T_3}{T_1 + T_2}$$

Bài toán 3.

Sau khi động cơ nhiệt hoàn thành một chu trình, 2 nguồn nhiệt sẽ trao đổi nhiệt lượng với nhau và đạt tới một nhiệt độ cân bằng T_{cb}. Áp dụng định luật I NĐLH cho hệ động cơ nhiệt và 2 nguồn nhiệt, ta được

$$Q = A + \Delta U$$

Do hệ không trao đổi nhiệt lượng với bất kì thành phần nào bên ngoài nên $Q = 0$. Bên cạnh đó, 2 nguồn nhiệt không có khả năng sinh công mà chỉ có khả năng nhường và nhận nhiệt lượng nên công mà hệ sinh ra chỉ có công của động cơ nhiệt. Đồng thời, sau khi hoàn thành chu trình, nội năng của tác nhân động cơ nhiệt không thay đổi nên chỉ có nội năng của 2 nguồn nhiệt là biến thiên sau khi trao đổi nhiệt lượng cho nhau. Từ đó biểu thức định luật I NĐLH sẽ trở thành

$$A = -\Delta U = C_1(T_1 - T_{cb}) + C_2(T_2 - T_{cb})$$

Để A đạt lớn nhất thì T_{cb} cần phải đạt nhỏ nhất. Gọi nhiệt độ tức thời của nguồn nóng và nguồn lạnh lần lượt là t_1 và t_2. Áp dụng định luật II NĐLH cho một phần rất nhỏ trong chu trình của động cơ nhiệt, ta được

$$\frac{\delta Q_1}{t_1} + \frac{\delta Q_2}{t_2} \geq 0$$

trong đó δQ_1 và δQ_2 lần lượt là nhiệt lượng nguồn nóng và nguồn lạnh nhận được trong phần này. Kết hợp với $\delta Q_1 = C_1 dt_1$ và $\delta Q_2 = C_2 dt_2$, bất đẳng thức trên sẽ trở thành

$$C_1\frac{dt_1}{t_1} + C_2\frac{dt_2}{t_2} \geq 0$$

$$\Longleftrightarrow C_1\int_{T_1}^{T_{cb}} \frac{dt_1}{t_1} \geq -C_2\int_{T_2}^{T_{cb}} \frac{dt_2}{t_2}$$

$$\iff C_1 \ln \frac{T_{cb}}{T_1} \geq -C_2 \ln \frac{T_{cb}}{T_2}$$

$$\iff \ln \left(\frac{T_{cb}}{T_1}\right)^{C_1} \geq \ln \left(\frac{T_2}{T_{cb}}\right)^{C_2}$$

$$\iff \left(\frac{T_{cb}}{T_1}\right)^{C_1} \geq \left(\frac{T_2}{T_{cb}}\right)^{C_2}$$

$$\iff {T_{cb}}^{C_1+C_2} \geq {T_1}^{C_1} {T_2}^{C_2}$$

$$\iff T_{cb} \geq T_1^{\frac{C_1}{C_1+C_2}} T_2^{\frac{C_2}{C_1+C_2}}$$

$$\implies A \leq C_1T_1 + C_2T_2 - (C_1+C_2)T_1^{\frac{C_1}{C_1+C_2}} T_2^{\frac{C_2}{C_1+C_2}}$$

Dấu "=" xảy ra khi các quá trình trong chu trình của tác nhân động cơ nhiệt là quá trình thuận nghịch. Vậy công lớn nhất mà động cơ nhiệt này có thể thực hiện được là

$$A_{max} = C_1T_1 + C_2T_2 - (C_1+C_2)T_1^{\frac{C_1}{C_1+C_2}} T_2^{\frac{C_2}{C_1+C_2}}$$

Bài toán 4.

1. $T_n = 310K, T_p = 290K$

Vì máy lạnh chạy theo chu trình Carnot thuận nghịch nên:

$$\frac{Q_p}{T_p} = \frac{Q_n}{T_n} \implies \frac{Q_p}{T_p} = \frac{Q_p + Pt}{T_n}$$

$$\implies Q_p = P\frac{T_p}{T_n - T_p}t$$

Mặt khác $Q = A(T_n - T_p)t$, từ phương trình cân bằng nhiệt $Q_p = Q$, ta có:

$$P\frac{T_p}{T_n - T_p}t = A(T_n - T_p)t \implies \frac{P}{A} = \frac{40}{29} \tag{1}$$

Gọi nhiệt độ phòng đạt được khi máy hoạt động 40% công suất thời gian là T'_p, ta có:

$$40\%P\frac{T'_p}{T_n - T'_p}t = A(T_n - T'_p)t \tag{2}$$

Từ (1), (2) ta được $T_p'^2 - 602.55T_p' + 96100 = 0$, với điều kiện $T_p' < T_n$ ta tìm được $T_p' \approx 297,2K$ hay $24,2^oC$.

2. $T_{p2}' = 300K$. Vì máy bơm nhiệt lượng chạy theo chu trình Carnot thuận nghịch nên:

$$\frac{Q_{p2}}{T_{p2}} = \frac{Q_{n2}}{T_{n2}} \Longrightarrow \frac{Q_{p2}}{T_{p2}} = \frac{Q_{p2} - Pt}{T_{n2}}$$

$$\Longrightarrow Q_{p2} = P\frac{T_{p2}}{T_{p2} - T_{n2}}t$$

Mặt khác $Q = A(T_{p2} - T_{n2})t$, từ phương trình cân bằng nhiệt $Q_{p2} = Q$, ta có:

$$P\frac{T_{p2}}{T_{p2} - T_{n2}}t = A(T_{p2} - T_{n2})t \tag{3}$$

Gọi nhiệt độ phòng đạt được khi máy hoạt động 40% công suất thời gian là T_{p2}', ta có:

$$40\%P\frac{T_{p2}'}{T_{p2}' - T_{n2}}t = A(T_{p2}' - T_{n2})t \tag{4}$$

Từ (1) và (3) với điều kiện $T_{n2} < T_{p2}$, ta tìm được $T_{n2} \approx 279,7K$ hay $6,7^oC$.
Từ (1) và (4) ta tìm được $T_{p2}' \approx 292,4K$ hay $19,4^oC$.

3. Gọi nhiệt độ bên ngoài là $T_n = 297K$, nhiệt độ phòng máy lạnh là $T_l = 298K$, nhiệt độ phòng ấm là $T_a = 299K$. Gọi số % thời gian máy điều hòa hoạt động trên tổng số thời gian trong hai chế độ thuận (làm mát) và chế độ nghịch (bơm nhiệt lượng) lần lượt là x và y.
Ta có:

$$\begin{cases} xP\dfrac{T_l}{T_n - T_l}t = A(T_n - T_l)t \\ yP\dfrac{T_a}{T_a - T_n}t = A(T_a - T_n)t \end{cases}$$

$\Longrightarrow \dfrac{x}{y} = \dfrac{T_a}{T_l} = \dfrac{299}{297} > 1$, điều này chứng tỏ để duy trì nhiệt độ ổn định thì máy trong phòng làm mát phải chạy lâu hơn máy trong phòng làm ấm. Vì hai máy cùng chạy từ các điều kiện ban đầu như nhau nên máy bơm nhiệt lượng sẽ ngắt trước máy lạnh.

Bài toán 5.

a. Gọi số mol của phần bên trái và phần bên phải lần lượt là ν_1 và ν_2, áp suất và nhiệt độ cuối cùng của hai phần là p, T, thể tích lúc sau hai phần là V_1, V_2. Từ giả thiết đề bài, ta có các điều sau:

$$\begin{cases} p_1 = 2atm \\ T_1 = 200K \\ p_2 = 1atm \\ T_2 = 300K \\ V_0 = 1l \end{cases}$$

Với V_0 là thể tích hai phần lúc đầu.

Phương trình trang thái khí lý tưởng cho ta:

$$p_1V_0 = \nu_1RT_1 \tag{1}$$

và

$$p_2V_0 = \nu_2RT_2 \tag{2}$$

Xilanh không trao đổi nhiệt với môi trường ngoài, pittông trượt không ma sát nên không tiêu thụ nội năng của hệ. Vậy nội năng toàn phần của hệ bảo toàn:

$$\Longrightarrow \nu_1C_vT_1 + \nu_2C_vT_2 = (\nu_1 + \nu_2)C_vT$$

$$\Longrightarrow T = \frac{\nu_1C_vT_1 + \nu_2C_vT_2}{(\nu_1 + \nu_2)C_v} = \frac{\nu_1T_1 + \nu_2T_2}{\nu_1 + \nu_2} = \frac{\dfrac{\nu_1}{\nu_2}T_1 + T_2}{\dfrac{\nu_1}{\nu_2} + 1} \tag{3}$$

Từ (1) và (2), suy ra:

$$\frac{\nu_1T_1}{\nu_2T_2} = \frac{p_1}{p_2} \Longrightarrow \frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{p_1T_2}{p_2T_1} \tag{4}$$

Thay vào (3), ta được:

$$T = \frac{\dfrac{p_1T_2}{p_2T_1}T_1 + T_2}{\dfrac{p_1T_2}{P_2T_1} + 1} = 225K \tag{5}$$

Khi pittông ở vị trí cân bằng thì áp suất hai bên bằng nhau và bằng p. Vì $V_1 + V_2 = 2V_0$, suy ra

$$\frac{\nu_1RT}{p} + \frac{\nu_2RT}{p} = 2V_0$$

$$\Longrightarrow p = \frac{\nu_1RT + \nu_2RT}{2V_0} \tag{6}$$

Từ (1) và (2), ta có: $\frac{\nu_1 R}{V_0} = \frac{p_1}{T_1}$ và $\frac{\nu_2 R}{V_0} = \frac{p_2}{T_2}$, thay vào (6):

$$p = \frac{T}{2}(\frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2}) = 1.5atm$$

b. Vì quá trình là không thuận nghịch nên ta không thể dùng nhiệt lượng rút gọn để tính Entropy của hệ (nếu tính bằng cách này thì ΔS sẽ bằng 0 do hệ không trao đổi với môi trường). Tuy nhiên ta biết trạng thái đầu và cuối của quá trình biến đổi và ta có thể dùng một quá trình thuận nghịch của khí lý tưởng biến đổi từ p_1, T_1, V_0 đến p, T, V_1 đối với phần khí bên trái và biến đổi từ p_2, T_2, V_0 đến p, T, V_2 đối với phần khí bên phải. Ngoài ra ta còn có thể dùng phương trình viết lại của Nguyên lý I ở phần 7 khi nó được chứng minh là đúng trong cả quá trình thuận nghịch và không thuận nghịch. Ở đây chúng ta sử dụng Nguyên lý I như sau:

$$dU = TdS - pdV \Longrightarrow dS = \frac{dU}{T} + \frac{pdV}{T} \tag{7}$$

Áp dụng phương trình (7) cho 2 phần khí ta có độ biến thiên Entropy của hệ khí là:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \int_{T_1,V_0}^{T,V_1} dS_1 + \int_{T_2,V_0}^{T,V_2} dS_2$$

trong đó:

$$\int_{T_1,V_0}^{T,V_1} dS_1 = \int_{T_1}^{T} \frac{dU_1}{T} + \int_{V_0} V_1 \frac{p}{T} dV = \nu_1(C_v ln\frac{T}{T_1} + Rln\frac{V_1}{V_0})$$

tương tự:

$$\int_{T_2,V_0}^{T,V_2} dS_2 = \nu_2(C_v ln\frac{T}{T_2} + Rln\frac{V_2}{V_0})$$

Vậy:

$$\Delta S = \nu_1(C_v ln\frac{T}{T_1} + Rln\frac{V_1}{V_0}) + \nu_2(C_v ln\frac{T}{T_2} + Rln\frac{V_2}{V_0}) = \frac{p_1 V_0}{T_1}(C_v ln\frac{T}{T_1} + Rln\frac{p_1 T}{pT_1}) + \frac{p_2 V_0}{T_2}(C_v ln\frac{T}{T_2} + Rln\frac{p_2 T}{pT_2})$$

Với $C_v = \frac{3}{2}R$, ta tính được $\Delta S = 0.4JK^{-1}$

Tài liệu tham khảo

[1] Stephen J. Blundell and Katherine M. Blundell *Concepts in Thermal Physics, Second edition.*

[2] Yung-Kuo Lim *Problems and solutions on Thermodynamics and Statistical Mechanics.*

[3] Phạm Quý Tư *Bồi dưỡng Học sinh giỏi Vật lí Trung học phổ thông: Nhiệt học và Vật lí phân tử.*

[4] Jinhui Wang and Bernard Ricardo *Competitive Physics: Thermodynamics, Electromagnetism and Relativity.*